

วารสาร มรภ.กฟ.

วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

Journal of KPRU Science Mathematics and Techonology



SCOPE :

Pure/Applied/Educational Sciences

Physics, Chemistry, Biology,
Mathematics, Computer Science,
Food Science and Technology,
Information Technology,
Environmental Science,
Public Health

Published by

Faculty of Science and Technology
Kamphaeng Phet Rajabhat University

<https://ph03.tci-thaijo.org/index.php/smt>



ปีที่ 5 ฉบับที่ 1 มกราคม - มิถุนายน 2569
Vol.5, Issue 1, January - June 2026

ISSN 2822-0196 (Print), ISSN 2822-020X (Online)

SMT KPRU

วารสาร มรภ.กพ. วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ได้ถูกจัดทำขึ้นให้เป็นสื่อกลางในการรวบรวมและเผยแพร่ผลงานวิจัย ผลงานทางวิชาการ สำหรับนักวิชาการ นักวิจัย บุคลากรทางการศึกษา นักเรียน นักศึกษา ตลอดจนผู้ที่สนใจทั่วไป โดยไม่หวังผลกำไรในการดำเนินการต่างๆ เพื่อใช้ในการเพิ่มพูนองค์ความรู้และใช้เป็นผลงานทางวิชาการสำหรับผู้สนใจในด้านวิชาการสาขาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

เจ้าของ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

เว็บไซต์ <https://ph03.tci-thaijo.org/index.php/smt>

หัวหน้าบรรณาธิการ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา ปัญญา มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

รองหัวหน้าบรรณาธิการ รองศาสตราจารย์ ดร.นิรุทธิ์ พิพรรธจินดา มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

ผู้ช่วยบรรณาธิการ นายกฤษณะ จันทร มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

นายธาดา พรหมทับ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

นายประทีป เพ็ญแจ้ง มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

วัตถุประสงค์และขอบเขตการตีพิมพ์ วารสาร มรภ.กพ. วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ได้ถูกจัดทำขึ้นให้เป็นสื่อกลางในการรวบรวมและเผยแพร่ผลงานวิจัย ผลงานทางวิชาการ สำหรับนักวิชาการ นักวิจัย บุคลากรทางการศึกษา นักศึกษา นักเรียน ตลอดจนผู้ที่สนใจทั่วไปรับบทความวิจัยและบทความวิชาการ ที่มุ่งเน้นการบูรณาการองค์ความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพื่อการพัฒนาอย่างยั่งยืน โดยครอบคลุมบทความใน 3 กลุ่มเนื้อหาหลัก ดังนี้

1. กลุ่มวิทยาศาสตร์ประยุกต์เพื่อคุณภาพชีวิตและสิ่งแวดล้อม ได้แก่ การนำองค์ความรู้ด้านวิทยาศาสตร์กายภาพ วิทยาศาสตร์ชีวภาพและเทคโนโลยีชีวภาพ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการอาหาร และวิทยาศาสตร์สุขภาพ มาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหา พัฒนานวัตกรรม หรือยกระดับชุมชน สังคม และสิ่งแวดล้อม
2. กลุ่มวิทยาการคำนวณและข้อมูล ประกอบด้วย คณิตศาสตร์ สถิติ คอมพิวเตอร์ และปัญญาประดิษฐ์
3. กลุ่มนวัตกรรมการจัดการศึกษา ที่มุ่งเน้นการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

ภาษาที่พิมพ์ ภาษาไทย หรือภาษาอังกฤษ

รูปแบบการประเมินบทความ วารสารนี้มีรูปแบบการประเมินบทความแบบ Double Blinded และผู้ทรงคุณวุฒิที่ประเมินบทความมาจากหน่วยงานที่ไม่ใช่หน่วยงานเดียวกับผู้ประพันธ์และผู้ร่วมประพันธ์ จำนวน 3 ท่าน จากหน่วยงานที่ต่างกัน และบทความจะต้องได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์จากผู้ทรงคุณวุฒิตั้งน้อย 2 ท่าน

กำหนดการออกวารสาร 2 ฉบับ/ปี ฉบับที่ 1 มกราคม-มิถุนายน ฉบับที่ 2 กรกฎาคม-ธันวาคม

จำนวนบทความ/ฉบับ 8 - 10 บทความ/ฉบับ

ค่าธรรมเนียมการตีพิมพ์ ไม่มีการเก็บค่าธรรมเนียมการตีพิมพ์ใด ๆ ในทุกขั้นตอน

ผู้สนับสนุน มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร, MOU เครือข่ายความร่วมมือทางวิชาการ 4 สถาบัน, บริษัท ปตท.

สำรวจและผลิตปิโตรเลียม จำกัด (มหาชน) จังหวัดกำแพงเพชร

กองบรรณาธิการ	Professor Dr. Boyko	Gyurov	Georgia Gwinnett College USA
	ศาสตราจารย์ ดร.ทศวรรษ	สีตะวัน	มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
	ศาสตราจารย์ ดร.นรินทร์	เพชรโรจน์	มหาวิทยาลัยนเรศวร
	Associate Prof. Dr. Bounphanh	Tonpheng	National University of Laos
	รองศาสตราจารย์ ดร.ปริญญา	มาสวัสดิ์	มหาวิทยาลัยนเรศวร
	รองศาสตราจารย์ ดร.อนุพันธ์	กงบังเกิด	มหาวิทยาลัยนเรศวร
	รองศาสตราจารย์ ดร.สิทธิชัย	ชูสำโรง	มหาวิทยาลัยนเรศวร
	รองศาสตราจารย์ ดร.สายัญ	ปันมา	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
	รองศาสตราจารย์ ดร.จุฬาลักษณ์	เขมาชีวะกุล	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
	รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยรัตน์	มูลศรี	มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
	รองศาสตราจารย์ ดร.ภัทรวิจิ	ยะสะกะ	มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
	รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษณ์	พิญญาพงษ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิตถ์
	รองศาสตราจารย์ ดร.เกตุการ	ดาจันทา	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ เอกลักษณ์	สุนนพันธ์ุ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล- ล้านนา ตาก
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นุชจรี	สิงห์พันธ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิตติพงษ์	สุวรรณราช	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชุตินันท์	ศรีสวัสดิ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัคริย์	พิมพ์พิมูล	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุภาพร	พงศ์ธรฤกษ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิตถ์
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธิติมา	วทานิยเวช	มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฐพงศ์	ดิษฐเจริญ	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนากร	วงษศา	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชลธิศ	เสื่อนุ่ม	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูมินทร์	ตันอุตม์	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอนก	หาลิ	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิไลลักษณ์	สวนมะลิ	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วสุนธรา	รตโนภาส	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	อาจารย์ ดร.ศักดิ์ศรี	ศิริธน	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
	Dr. Phoui	Souksomvang	National University of Laos
	Dr. Phengxay	Deevanhxay	National University of Laos
	Dr. Somsack	Inthasone	National University of Laos
	Dr. Somphouthone	Phimmachak	National University of Laos

บทบรรณาธิการ

วารสาร มรภ.กพ. วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ได้ถูกจัดทำขึ้นให้เป็นสื่อกลางในการรวบรวมและเผยแพร่ผลงานวิจัย ผลงานทางวิชาการ สำหรับนักวิชาการ นักวิจัย บุคลากรทางการศึกษา นักเรียน นักศึกษา ตลอดจนผู้ที่สนใจทั่วไป โดยไม่หวังผลกำไรในการดำเนินการต่างๆ เพื่อใช้ในการเพิ่มพูนองค์ความรู้และใช้เป็นผลงานทางวิชาการสำหรับผู้สนใจในด้านวิชาการสาขาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

วารสารนี้เผยแพร่เป็นปีที่ 5 ฉบับที่ 1 ของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร ซึ่งเป็นการนำเสนอบทความวิชาการและวิจัยทั้งหมด 8 เรื่อง มีเนื้อหาครอบคลุมในสาขาฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา คณิตศาสตร์ วิทยาการคอมพิวเตอร์ และเทคโนโลยีการอาหาร ในด้านวิทยาศาสตร์บริสุทธิ์ ประยุกต์ และการศึกษา โดยทุกบทความมีผู้ทรงคุณวุฒิที่เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาเป็นผู้ประเมิน จำนวน 3 ท่านต่อบทความ ซึ่งมาจากหน่วยงานที่หลากหลาย สามารถนำไปใช้อ้างอิงในการทำผลงานวิชาการ หรือนำไปประยุกต์ในการบริการวิชาการได้

กองบรรณาธิการหวังเป็นอย่างยิ่งว่าวารสารฉบับนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้อ่านทุกท่าน และขอขอบคุณผู้อ่านที่ให้ความสนใจติดตามวารสาร ทั้งนี้ ทางวารสารจะพัฒนาในส่วนของเนื้อหาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้มีความถูกต้อง ทันสมัย และเป็นประโยชน์ต่อผู้อ่าน

รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา ปัญญา

หัวหน้าบรรณาธิการ



“วารสารฉบับนี้จัดทำขึ้นท่ามกลางความสูญเสียครั้งสำคัญของกองบรรณาธิการ เราได้สูญเสีย **คุณธาดา พรหมทับ** ผู้ช่วยบรรณาธิการฝ่ายออกแบบ บุคคลสำคัญผู้สร้างสรรค์หน้าปกและตราสัญลักษณ์ ผลงานทุกชิ้นของท่านสะท้อนถึงความประณีตและความตั้งใจที่จะผลานความงามทางศิลปะเข้ากับความคิดสร้างสรรค์ทางวิชาการอย่างลงตัว กองบรรณาธิการขอจดจำทุกความทุ่มเทของท่าน และขอแสดงความเสียใจอย่างสุดซึ้งต่อครอบครัวพรหมทับมา ณ โอกาสนี้”

สารบัญ

	หน้า
ปกใน	i
บทบรรณาธิการ	iii
■ บทความวิจัย ■	
วิเคราะห์การสั้นของอนุภาคมวล m แบบไม่เชิงเส้นภายใต้พลังงานศักย์ ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง สมการกำลังสามตัวแปรเดียว	1
▶ อาทิตย์ หู่เต็ม	
การสร้างแบบจำลองเส้นแรงไฟฟ้าที่มีการเกิดจุดสะเทินของประจุไฟฟ้า ชนิดที่เหมือนกันโดยใช้โปรแกรม Mathematica	19
▶ อาทิตย์ หู่เต็ม	
ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเอนโทรปีการกระจายบอลกับโอกาสในการเข้าทำประตูในฟุตบอล	29
▶ สราวุธ พานเทียน	
สมบัติผลรวมและเอกลักษณ์คาสินีสำหรับจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป	41
▶ จุฑามาส สุขแยง	
การวิเคราะห์สีของภาพผลภาพเฟเซอร์รีโดยใช้การประมวลผลภาพและการเรียนรู้ของเครื่อง	49
▶ สุรัสวดี นางแล	
การพัฒนาแบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด	61
▶ กิรศักดิ์ พะยะ	
การพัฒนาต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติด้วยไมโครคอนโทรลเลอร์	77
▶ กาญจนา บุตรวารี	
การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาริธมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน (5 STEPs)	85
▶ ศศิธร มงคลทอง	

วิเคราะห์การสั่นของอนุภาคมวล m แบบไม่เชิงเส้นภายใต้พลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง
สมการกำลังสามตัวแปรเดียว

Analyzing the nonlinear vibration of particles of mass under potential energy as a
function of position cubic equation in one variable

อาทิตย์ หู้เต็ม^{1*}, ศานิตย์ สุวรรณวงศ์²

¹ สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

² สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

Artit Hutem^{1*}, Sanit Suwanwong²

¹ Division of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun
Rajabhat University

² Division of Physics, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาการสั่นของอนุภาคมวล m ขึ้นอยู่กับพลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง ซึ่งเริ่มจากการคำนวณหาการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาโดยในงานวิจัยนี้ใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันและใช้วิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์เพื่อหาผลเฉลย ในงานวิจัยนี้ยังสามารถคำนวณหาความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา พลังงานรวมของระบบของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

คำสำคัญ : การกระจัด, ความเร็ว, ความเร่ง, พลังงานรวม

*Corresponding author : artithutem@pcru.ac.th

Received : 01/02/2026 Revised : 22/06/2026 Accepted : 23/06/2026

Abstract

The objective of this research is to study the vibration of a mass m particle depending on its potential energy as a function of position, starting with calculating the displacement of the mass particle's vibration as a function of time. This research uses Newton's second law of motion and differential equation solving methods to find solutions. This research can also calculate the velocity of the vibrational of a particle of mass as a function of time and the acceleration of the vibration of a particle of mass as a function of time; the kinetic energy of the vibration of a particle of mass as a function of time; and the total energy of the system of vibrations of particles of mass as a function of time.

Keywords : Displacement, Velocity, Acceleration, Total Energy

ที่มาและความสำคัญ

ในงานวิจัยนี้มีความคิดมาจากการสอนในรายวิชาการศาสตร์คลาสสิกในเรื่อง การสั่นของอนุภาคใน 1 มิติ โดยงานวิจัยนี้ได้มีการดัดแปลงเกี่ยวกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงจาก $V(x) = (1/2)kx^2$ โดยให้มีการรบกวนระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator เป็น $V(x) = (1/2)kx^2 - (\lambda/\beta)mx - (\lambda/3)mx^3$ (สมการกำลังสามตัวแปรเดียว) ซึ่งในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์คือ เพื่อวิเคราะห์การสั่นของอนุภาคมวล m เมื่อถูกการรบกวนระบบโดยพลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง วิเคราะห์การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา แอมพลิจูดจะมีลักษณะลดลง หรือเพิ่มขึ้น วิเคราะห์เกี่ยวกับคาบของการสั่น เป็นต้น คำนวณหาความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา คำนวณหาความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา คำนวณหาค่าพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และคำนวณหาค่าพลังงานรวมของระบบของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

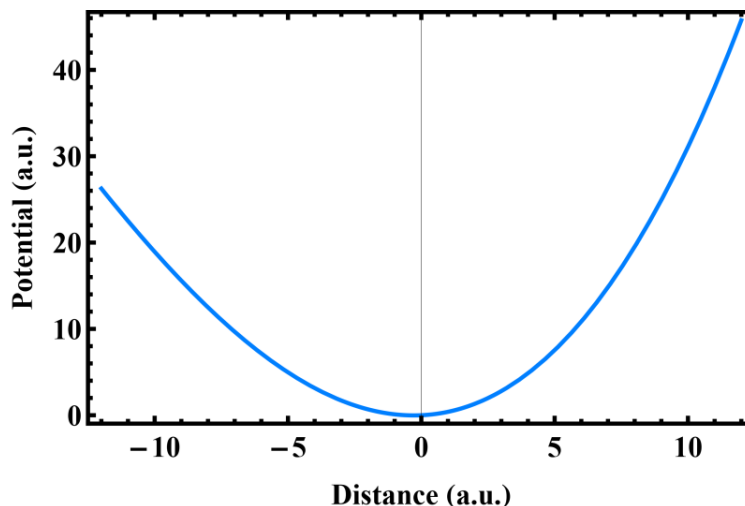
วิธีการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

1. การกำหนดพลังงานศักย์ที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (สมการกำลังสามตัวแปรเดียว) ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator [4,5,6] ดังนี้

$$V_p(x) = \frac{kx^2}{2} - \frac{m\lambda x}{\beta} - \frac{m\lambda x^3}{3} \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งระยะทางกับ พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator แบบไม่สมมาตร ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งระยะทางกับ พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator โดยที่ $k = 0.5$, $m = 0.07$, $\lambda = 0.1$, $\beta = 0.2$

2. การคำนวณหาการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator ภายใต้พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator แบบไม่สมมาตร โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 2 $\sum F = ma$ [1,2,3]

$$\sum F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2)$$

จาก $F = -\nabla V$ ในระบบพิกัดฉาก แทนลงในสมการที่ (2) จะได้

$$-\nabla V_p(x) = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3)$$

แทนสมการที่ (1) ลงในสมการที่ (3) จะได้

$$-\frac{d}{dx}(V_p(x)) = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$-\frac{d}{dx}\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{m\lambda x}{\beta} - \frac{m\lambda x^3}{3}\right) = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$-kx + \frac{m\lambda}{\beta} + m\lambda x^2 = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{\lambda}{\beta} + \lambda x^2 \quad (4)$$

มีการละเลยเทอมที่ x^2 ในสมการที่ (4)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{\lambda}{\beta} \quad (5)$$

สมการที่ (5) มีผลเฉลย คือ $x^{(0)} = x_h^{(0)}(t) + x_i^{(0)}(t)$ การหาผลเฉลยเอกพันธ์ $x_h^{(0)}(t)$ [7] ได้จากสมการที่ (5) ทางขวามือของสมการมีค่าเป็นศูนย์

$$\frac{d^2x_h^{(0)}}{dt^2} + \omega^2 x_h^{(0)} = 0 \quad (6)$$

โดยที่ $\omega = \sqrt{k/m}$ เรียกว่า ความถี่เชิงมุม มีค่าเท่ากับ $2\pi f$ [8,9,10,11]

$$x_h^{(0)}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7)$$

$$\frac{d^2x_i^{(0)}}{dt^2} + \omega^2 x_i^{(0)} = \frac{\lambda}{\beta} \quad (8)$$

ต่อไปหาผลเฉลยเฉพาะ $x_i^{(0)}(t)$ โดยการกำหนดสมมติผลเฉลย $x_i^{(0)} = B$, $\dot{x}_i^{(0)} = 0$, $\ddot{x}_i^{(0)} = 0$ แทนลงในสมการที่ (8) จะได้

$$0 + \omega^2 B = \frac{\lambda}{\beta} \quad (9)$$

$$B = \frac{\lambda}{\beta \omega^2} \quad (10)$$

$$\text{ผลเฉลยเฉพาะ } x_i^{(0)}(t) = \frac{\lambda}{\beta \omega^2} \quad (11)$$

ผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เอกพันธ์ ของสมการที่ (5) คือ

$$x^{(0)} = A_m \sin(\omega t + \phi) + \frac{\lambda}{\beta \omega^2} \quad (12)$$

ต่อไปเรากำหนด ผลเฉลยสมการที่ (4) เป็น $x^{(1)}(t) = x^{(0)}(t) + \lambda x_1(t)$ แทนกลับลงในสมการที่ (4) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^{(1)}(t)}{dt^2} + \omega^2 x^{(1)}(t) &= \frac{\lambda}{\beta} + \lambda \left(x^{(1)}(t) \right)^2 \\ \frac{d^2 x^{(0)}(t)}{dt^2} + \lambda \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x^{(0)}(t) + \omega^2 \lambda x_1(t) &= \frac{\lambda}{\beta} + \lambda \left(x^{(0)}(t) + \lambda x_1(t) \right)^2 \\ \frac{d^2 x^{(0)}(t)}{dt^2} + \lambda \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x^{(0)}(t) + \omega^2 \lambda x_1(t) \\ &= \frac{\lambda}{\beta} + \lambda \left(x^{(0)}(t) \right)^2 + 2x^{(0)}(t)\lambda^2 x_1(t) + \lambda^3 \left(x_1(t) \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

พิจารณา λ

$$\frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x_1(t) = \frac{1}{\beta} + \left(x^{(0)}(t) \right)^2 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x_1(t) &= \frac{1}{\beta} + \left(A_m \sin(\omega t + \phi) + \frac{\lambda}{\beta \omega^2} \right)^2 \\ \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x_1(t) &= \frac{1}{\beta} + (A_m)^2 \sin^2(\omega t + \phi) + \frac{2\lambda A_m}{\beta \omega^2} \sin(\omega t + \phi) + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^4} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x_1(t) = \frac{1}{\beta} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^4} + \frac{(A_m)^2}{2} (1 - \cos(2\omega t + \phi)) + \frac{2\lambda A_m}{\beta \omega^2} \sin(\omega t + \phi) \quad (16)$$

สมมติ ผลเฉลยเฉพาะ

$$x_1(t) = D + C_1 \cos(\omega t + \phi) + C_2 \sin(\omega t + \phi) + G_1 \cos(2\omega t + \phi) + G_2 \sin(2\omega t + \phi) \quad (17)$$

$$\dot{x}_1(t) = -\omega C_1 \sin(\omega t + \phi) + \omega C_2 \cos(\omega t + \phi) - 2\omega G_1 \sin(2\omega t + \phi) + 2\omega G_2 \cos(2\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x}_1(t) = -\omega^2 C_1 \cos(\omega t + \phi) - \omega^2 C_2 \sin(\omega t + \phi) - 4\omega^2 G_1 \cos(2\omega t + \phi) - 4\omega^2 G_2 \sin(2\omega t + \phi) \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 & -\omega^2 C_1 \cos(\omega t + \phi) - \omega^2 C_2 \sin(\omega t + \phi) - 4\omega^2 G_1 \cos(2\omega t + \phi) - 4\omega^2 G_2 \sin(2\omega t + \phi) \\
 & + \omega^2 D + \omega^2 C_1 \cos(\omega t + \phi) + \omega^2 C_2 \sin(\omega t + \phi) + \omega^2 G_1 \cos(2\omega t + \phi) + \omega^2 G_2 \sin(2\omega t + \phi) \\
 & = \frac{1}{\beta} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^4} + \frac{(A_m)^2}{2} (1 - \cos(2\omega t + \phi)) + \frac{2\lambda A_m}{\beta \omega^2} \sin(\omega t + \phi)
 \end{aligned} \tag{19}$$

เทียบสัมประสิทธิ์ จะได้

$$D = \frac{1}{\beta \omega^2} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} + \frac{A_m^2}{2\omega^2} \tag{20}$$

เทียบสัมประสิทธิ์ $\cos(2\omega t + \phi)$ จะได้

$$\begin{aligned}
 -3\omega^2 G_1 &= -\frac{A_m^2}{2} \\
 G_1 &= \frac{A_m^2}{6\omega^2}
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$x_1(t) = \frac{1}{\beta \omega^2} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} + \frac{A_m^2}{2\omega^2} + \frac{A_m^2}{6\omega^2} \cos(2\omega t + \phi) \tag{22}$$

$$\frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega^2 x_1(t) = 0 \tag{23}$$

$$\text{สมมุติผลเฉลยคือ } x_1(t) = E_1 \sin(\omega t) + E_2 \cos(\omega t) \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 x^{(1)}(t) &= A_m \sin(\omega t + \phi) + \frac{\lambda}{\beta \omega^2} + \lambda \left(\frac{1}{\beta \omega^2} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} + \frac{A_m^2}{2\omega^2} + \frac{A_m^2}{6\omega^2} \cos(2\omega t + \phi) \right. \\
 &\quad \left. + E_1 \sin(\omega t) + E_2 \cos(\omega t) \right)
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$x^{(1)} = 0, t = 0, \phi = 0$$

$$E_2 = -\frac{2}{\beta \omega^2} - \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} - \frac{4A_m^2}{6\omega^2}$$

$$x^{(1)}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi) + \frac{\lambda}{\beta \omega^2} + \lambda \left(\frac{1}{\beta \omega^2} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} + \frac{A_m^2}{2\omega^2} + \frac{A_m^2}{6\omega^2} \cos(2\omega t + \phi) \right. \\ \left. - \left(\frac{2}{\beta \omega^2} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^6} + \frac{4A_m^2}{6\omega^2} \right) \cos(\omega t) \right) \quad (26)$$

จากสมการที่ (26) สามารถทำการแสดงข้อมูลของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา [7] ในหัวข้อผลการวิจัยดังภาพที่ (1) ซึ่งอนุภาคมวล m เกิดการสั่นเพราะในสมการที่ (26) เทอมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ทำให้อนุภาคมวล m เกิดการสั่นที่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ λ, β, k, m

3. การคำนวณหาความเร็วของอนุภาคมวล m ที่เคลื่อนที่ภายใต้พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator แบบไม่สมมาตร [7]

จากสมการที่ (26) สามารถหาอนุพันธ์ของการกระจัดเทียบกับเวลา จะได้ ความเร็วของอนุภาคมวล m ที่เกิดขึ้น

$$v^{(1)}(t) = \omega A_m \cos(\omega t + \phi) - \frac{\lambda A_m^2}{3\omega} \sin(2\omega t + \phi) + \left(\frac{2}{\beta \omega} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^5} + \frac{4A_m^2}{6\omega} \right) \sin(\omega t) \quad (27)$$

จากสมการที่ (27) คือ ความเร็วของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เกิดการสั่นภายใต้พลังงานศักย์ที่มีค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m ในงานวิจัยนี้สามารถทำการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของอนุภาคมวล m กับเวลาที่มีค่าเพิ่มขึ้น ดังภาพที่ (2) ต่อมาในงานวิจัยนี้สามารถนำความเร็วของอนุภาคมวล m ในสมการที่ (27) มาหาอนุพันธ์เทียบกับเวลา จะได้ ความเร่งของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

$$a^{(1)}(t) = -\omega^2 A_m \sin(\omega t + \phi) - \frac{2\lambda A_m^2}{3} \cos(2\omega t + \phi) - \left(\frac{2}{\beta} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^4} + \frac{4A_m^2}{6} \right) \cos(\omega t) \quad (28)$$

ในงานวิจัยนี้สามารถทำการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งของอนุภาคมวล m กับเวลาที่มีค่าเพิ่มขึ้น ดังภาพที่ (3) ต่อไปนำความเร็วของอนุภาคมวล m ในสมการที่ (27) มาคำนวณหาค่าพลังงานจลน์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในระบบการสั่นอนุภาคมวล m ดังนี้

$$T^{(1)}(t) = \frac{m}{2} \left(v^{(1)}(t) \right)^2 \\ T^{(1)}(t) = \frac{m}{2} \left(\omega A_m \cos(\omega t + \phi) - \frac{\lambda A_m^2}{3\omega} \sin(2\omega t + \phi) + \left(\frac{2}{\beta \omega} + \frac{\lambda^2}{\beta^2 \omega^5} + \frac{4A_m^2}{6\omega} \right) \sin(\omega t) \right)^2 \quad (29)$$

พลังงานจลน์ในสมการที่ (29) จะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m ต่อมางานวิจัยนี้สามารถคำนวณเกี่ยวกับ

พลังงานรวมของระบบการสั่นที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังนี้

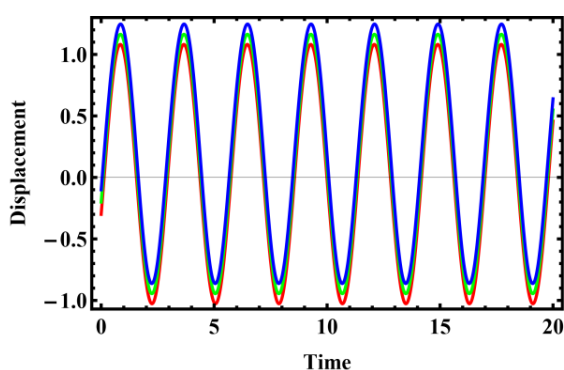
$$E_{os}^{(1)}(t) = T^{(1)}(t) + V_p(x)$$

$$E_{os}^{(1)}(t) = \frac{m}{2} \left(\omega A_m \cos(\omega t + \phi) - \frac{\lambda A_m^2}{3\omega} \sin(2\omega t + \phi) + \left(\frac{2}{\beta\omega} + \frac{\lambda^2}{\beta^2\omega^5} + \frac{4A_m^2}{6\omega} \right) \sin(\omega t) \right)^2 + \frac{k(x^{(1)}(t))^2}{2} - \frac{m\lambda(x^{(1)}(t))}{\beta} - \frac{m\lambda(x^{(1)}(t))^3}{3} \quad (30)$$

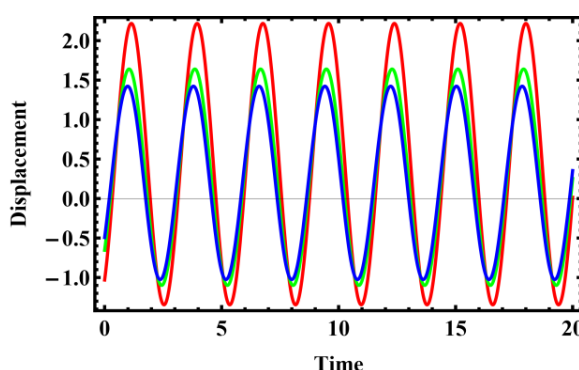
4. นำสมการของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ความเร็วของอนุภาคมวล m และ ความเร่งของอนุภาคมวล m ที่เคลื่อนที่ภายใต้พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator แบบ ไม่สมมาตร [7] มาทำการสร้างกราฟในหัวข้อ ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย ต่อไป

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

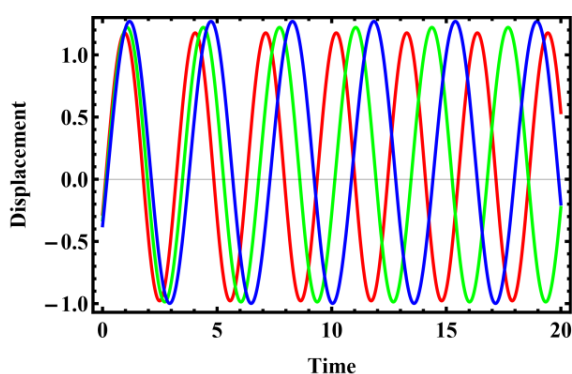
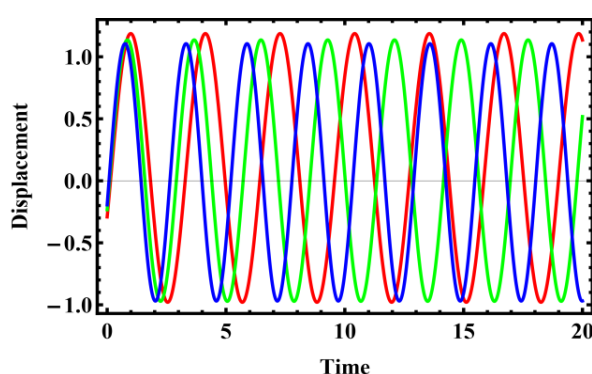
จากสมการที่ (26) สามารถทำการแสดงข้อมูลของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาภายใต้พลังงานศักย์ในระบบการสั่นแบบ Simple Harmonic Oscillator แบบไม่สมมาตรในหัวข้อผลการวิจัย ดังนี้



(a) $\lambda = 0.1 \rightarrow 0.7$



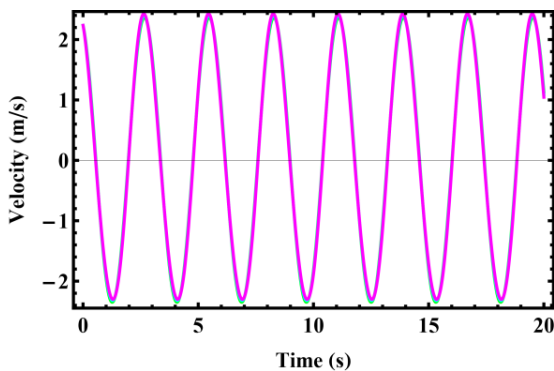
(b) $\beta = 0.3 \rightarrow 0.7$

(c) $m = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{ kg}$ (d) $k = 0.4 \rightarrow 0.6 \text{ N/m}$

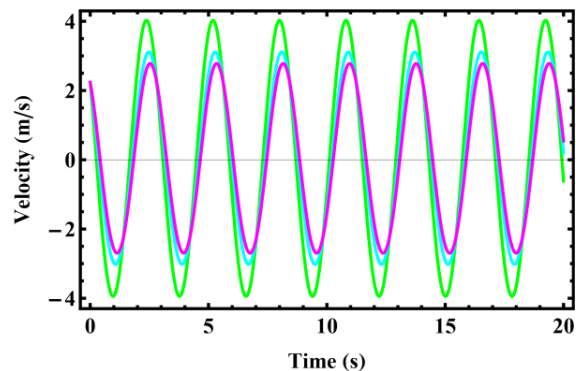
ภาพที่ 2 การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ค่าพารามิเตอร์ λ , β , k , m

จากภาพที่ 2(a) เส้นกราฟสีแดงของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.10$ และเส้นกราฟสีเขียวของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.40$ สุดท้ายเส้นกราฟสีน้ำเงินของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ λ มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ λ จากภาพที่ 2(b) เส้นกราฟสีแดงของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.30$ และเส้นกราฟสีเขียวของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีน้ำเงินของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ β มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ β จากภาพที่ 2(c) เส้นกราฟสีแดงของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.12 \text{ kg}$ และเส้นกราฟสีเขียวของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.14 \text{ kg}$ สุดท้าย เส้นกราฟสีน้ำเงินของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.16 \text{ kg}$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ m

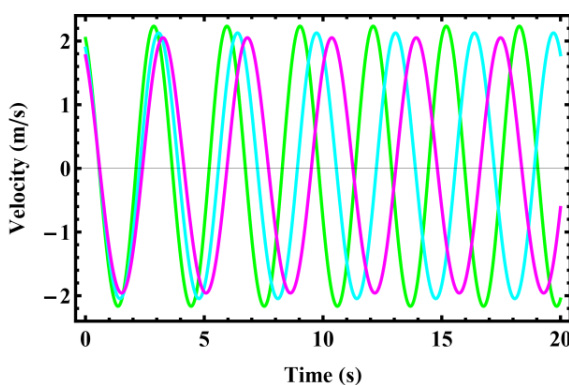
อนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m จากภาพที่ 2(d) เส้นกราฟสีแดงของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.40$ และเส้นกราฟสีเขียวของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีน้ำเงินของการกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.60$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา มีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k จากสมการที่ (27) คือ ความเร็วของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เกิดการสั่นภายใต้พลังงานศักย์ที่มีค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m ดังภาพที่ (3)



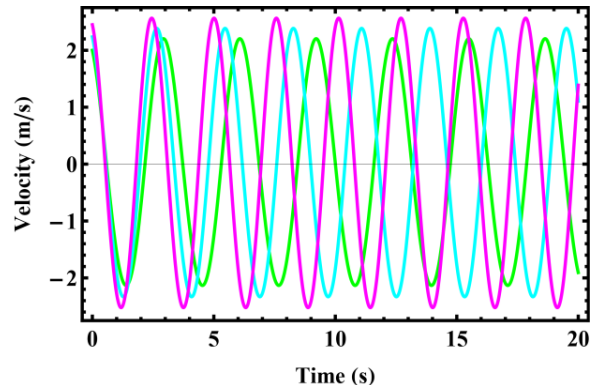
(a) $\lambda = 0.1 \rightarrow 0.7$



(b) $\beta = 0.3 \rightarrow 0.7$



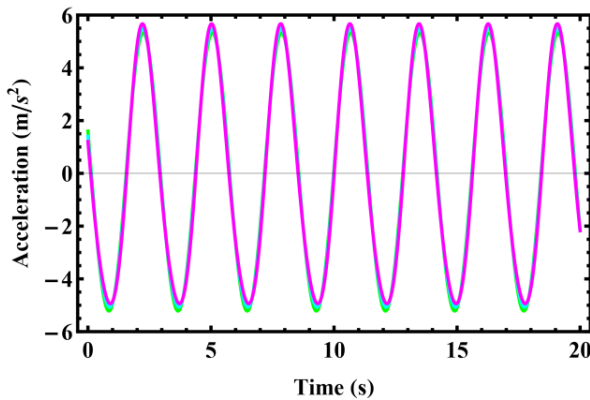
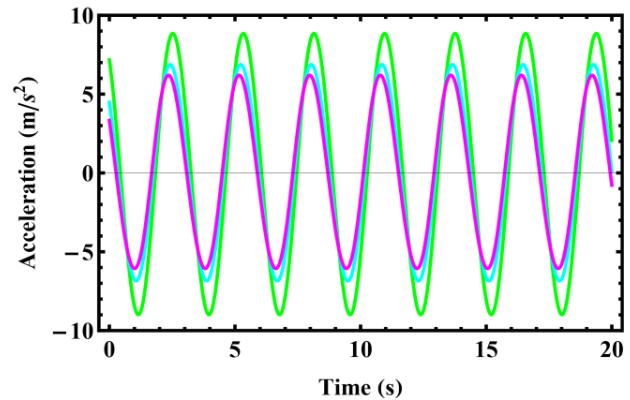
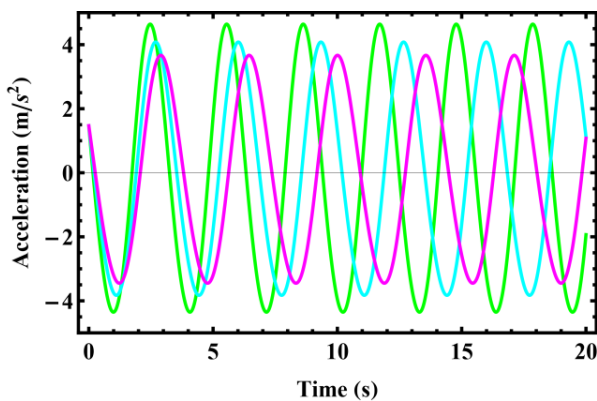
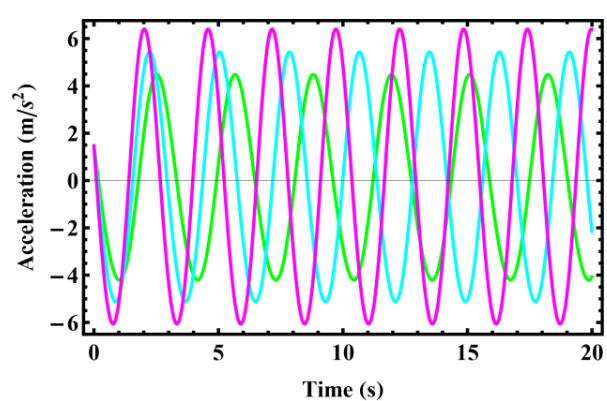
(c) $m = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{ kg}$



(d) $k = 0.4 \rightarrow 0.6 \text{ N/m}$

ภาพที่ 3 ความเร็วของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ของระบบที่เกิดการสั่นภายใต้ค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m

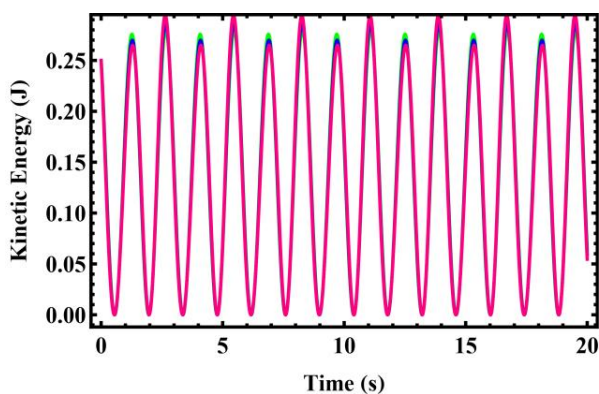
จากภาพที่ 3(a) เส้นกราฟสีเขียวของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.10$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.40$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ λ มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ λ จากภาพที่ 3(b) เส้นกราฟสีเขียวของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.30$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ β มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ β จากภาพที่ 3(c) เส้นกราฟสีเขียวของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.12 \text{ kg}$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.14 \text{ kg}$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.16 \text{ kg}$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m จากภาพที่ 3(d) เส้นกราฟสีเขียวของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.40$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.60$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าคงที่ของสปริง k จากสมการที่ (28) คือ ความเร่งของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เกิดการสั่นภายใต้พลังงานศักย์ที่มีค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m ดังภาพที่ (4)


 (a) $\lambda = 0.1 \rightarrow 0.7$

 (b) $\beta = 0.3 \rightarrow 0.7$

 (c) $m = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{ kg}$

 (d) $k = 0.4 \rightarrow 0.6 \text{ N/m}$

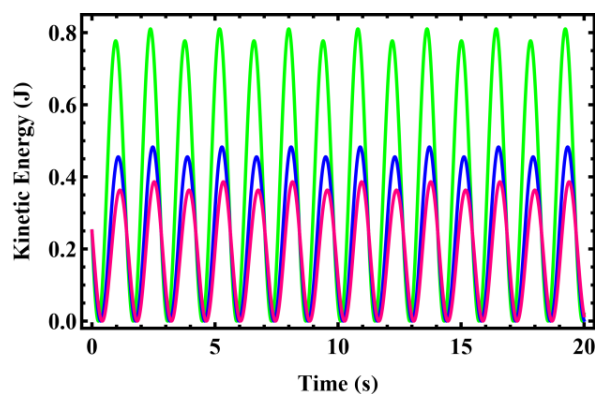
ภาพที่ 4 ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ , β , k , m

จากภาพที่ 4(a) เส้นกราฟสีเขียวของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.10$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.40$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ λ มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา มีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ λ จากภาพที่ 4(b) เส้นกราฟสีเขียวของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.30$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ β มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของ

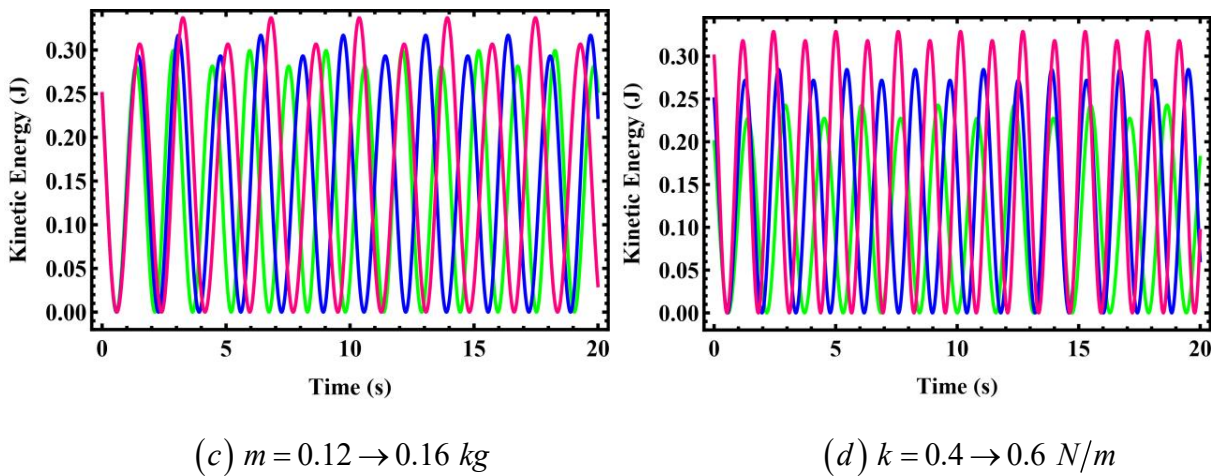
เวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ β จากภาพที่ 4(c) เส้นกราฟสีเขียวของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.12 \text{ kg}$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.14 \text{ kg}$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.16 \text{ kg}$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m จากภาพที่ 4(d) เส้นกราฟสีเขียวของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.40$ และเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีชมพูของความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.60$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าคงที่ของสปริง k จากสมการที่ (29) คือ พลังงานจลน์ของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เกิดการสั่นภายใต้พลังงานศักย์ที่มีค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m ดังภาพที่ (5)



(a) $\lambda = 0.1 \rightarrow 0.7$



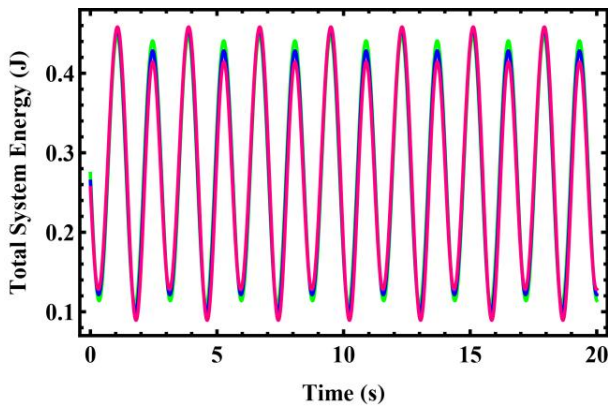
(b) $\beta = 0.3 \rightarrow 0.7$



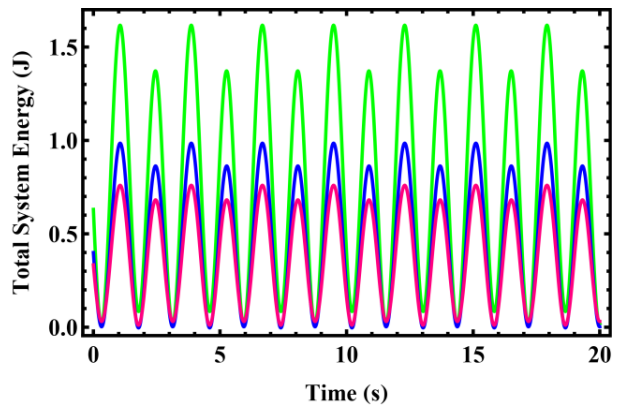
ภาพที่ 5 พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ , β , k , m

จากภาพที่ 5(a) เส้นกราฟสีเขียวของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.10$ และเส้นกราฟสีน้ำเงินของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.40$ สุดท้าย เส้นกราฟสีบานเย็นของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\lambda = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ λ มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ λ จากภาพที่ 5(b) เส้นกราฟสีเขียวของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.30$ และเส้นกราฟสีน้ำเงินของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีบานเย็นของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $\beta = 0.70$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ β มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ β จากภาพที่ 5(c) เส้นกราฟสีเขียวของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.12 \text{ kg}$ และเส้นกราฟสีน้ำเงินของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.14 \text{ kg}$ สุดท้าย เส้นกราฟสีบานเย็นของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $m = 0.16 \text{ kg}$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นด้วย แสดงว่า พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของพารามิเตอร์ของมวลอนุภาค m จากภาพที่ 5(d) เส้นกราฟสีเขียวของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.40$ และเส้นกราฟสีน้ำเงินของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

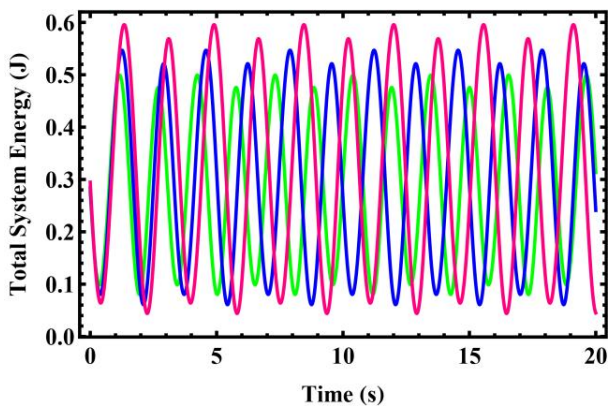
เมื่อ $k = 0.50$ สุดท้าย เส้นกราฟสีบานเย็นของพลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อ $k = 0.60$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลามีแอมพลิจูดที่ลดลงตรงข้าม แสดงว่า พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าของพารามิเตอร์ค่าคงที่ของสปริง k



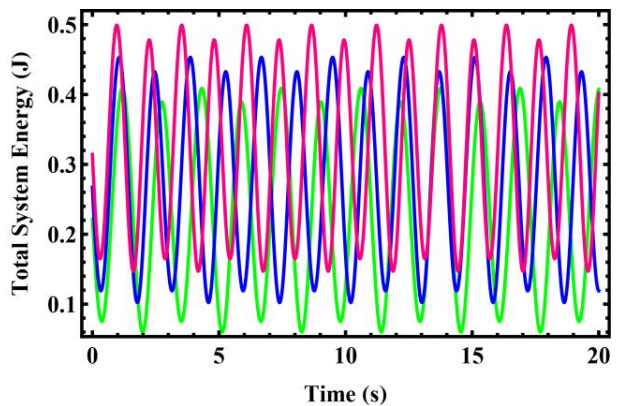
(a) $\lambda = 0.1 \rightarrow 0.7$



(b) $\beta = 0.3 \rightarrow 0.7$

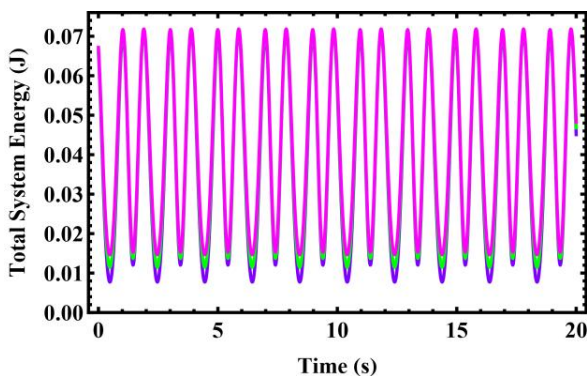


(c) $m = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{ kg}$

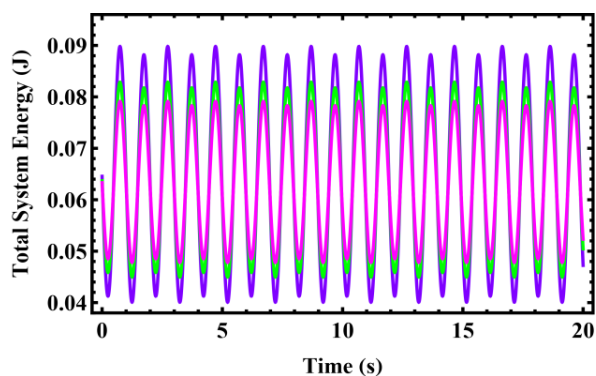


(d) $k = 0.4 \rightarrow 0.6 \text{ N/m}$

ภาพที่ 6 พลังงานรวมของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m



(a) $\lambda = 11.5 > \beta = 9.0, 9.5, 10.0$



(b) $\lambda = 0.1 < \beta = 2.5, 3.5, 4.5$

ภาพที่ 7 พลังงานรวมของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ, β, k, m

จากภาพที่ 7(a) ค่าพลังงานในช่วงแอมพลิจูดพลังงานรวมระบบด้านล่างมีการแกว่งไม่สม่ำเสมอเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น แต่แอมพลิจูดของพลังงานรวมระบบด้านบน จะมีการแกว่งสม่ำเสมอเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 11.5 > \beta = 9.0, 9.5, 10.0$ เป็นผลมาจากค่าพลังงานศักย์ในสมการที่ (1) ทำให้พจน์ของ $m\lambda x^3/3$ มีค่าแบบเด่นชัดเจน ต่อมาจากภาพที่ 7(b) ค่าพลังงานในช่วงแอมพลิจูดพลังงานรวมระบบด้านล่างมีการแกว่งไม่สม่ำเสมอเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น แต่แอมพลิจูดของพลังงานรวมระบบด้านบนจะมีการแกว่งไม่สม่ำเสมอเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 0.1 < \beta = 2.5, 3.5, 4.5$ เป็นผลมาจากค่าพลังงานศักย์ในสมการที่ (1) ทำให้พจน์ของ $m\lambda x/\beta$

สรุปผลการวิจัย

การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์ λ และมวลของอนุภาค แต่การกระจัดของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ β และค่าคงที่ของสปริง k ต่อมาความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์ λ และมวลของอนุภาค แต่ความเร็วของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ β และค่าคงที่ของสปริง k ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์ λ และมวลของอนุภาค แต่ความเร่งของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ β และค่าคงที่ของสปริง k พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์ λ และมวลของอนุภาค แต่พลังงานจลน์ของการสั่นของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ β และค่าคงที่ของสปริง k

กิตติกรรมประกาศ (ถ้ามี)

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] รัชณี รุจิวิโรตม. (2558). *กลศาสตร์ 1*. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [2] Atam, P. A. (1990). *Introduction to classical mechanics*. Prentice-Hall.
- [3] Saptip, C., Moonsri, P., & Hutem, A. (2021). Calculation of displacement and velocity of particle perturbation by time-dependent external force of cosine and sine function. *Journal of Science and Technology Phetchabun Rajabhat University*, 1(2), 1–14. <https://so04.tci-thaijo.org/index.php/jstpcru/article/view/253601>
- [4] Farid, M. (2023). Dynamics of a hybrid cubic vibro-impact oscillator and nonlinear energy sink. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 117, Article 106978. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2022.106978>
- [5] Cveticanin, L. (2012). A review on dynamics of mass variable systems. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, 6(1), 56–73. https://www.sscm.kg.ac.rs/jsscm/downloads/Vol6No1/Vol6No1_04.pdf
- [6] Bao, X., et al. (2026). Amplitude-frequency response characteristics and parameter optimization of a bistable nonlinear energy sink under wide-frequency harmonic excitation. *Materials*, 19(1176), 1–22. <https://doi.org/10.3390/ma19061176>
- [7] Big-Alabo, A. (2021). Exact analysis of the nonlinear vibration of an archetypal non-natural oscillator. *European Physical Journal Plus*, 136, Article 107. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01053-5>
- [8] Kuaykaew, S., Kerdmee, S., Banyenugam, P., Moonsri, P., & Hutem, A. (2016). The analytical description of projectile motion of cricket ball in a linear resisting medium the storm force. *Applied Mechanics and Materials*, 855, 188–191. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.855.188>

- [9] Hudem, A., Suwanwong, S., & Wanaek, A. (2023). Calculation of velocity and displacement as function of time of body in the vertical movement under gravitational field. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space*, 6(1), 29–46.
- [10] Hudem, A. (2023). Calculation of the time-dependent velocity and displacement of particle move under time-dependent external force of damping oscillation. *Journal of Science and Technology CRRU*, 2(1), 1–7.
- [11] Hudem, A. (2024). Angular displacement angular velocity and tension force of particle in the pendulum motion under drag force and time-dependent external force. *Journal of Science and Technology CRRU*, 3(1), 48–65. <https://li01.tci-thaijo.org/index.php/jstcrru/article/view/262164>

การสร้างแบบจำลองเส้นแรงไฟฟ้าที่มีการเกิดจุดสะเทินของประจุไฟฟ้าชนิดที่เหมือนกันโดยใช้ โปรแกรม Mathematica

Modeling electric field lines with neutral points of identical electric charges using Mathematica

อาทิตย์ หู้เต็ม^{1*}, ภัทร เทียงตรง¹

¹สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

Artit Hutem^{1*}, Phattara Thiangtrong¹

¹Division of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University

บทคัดย่อ

โดยงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Point Charges, Multipoles ให้เกิดสนามไฟฟ้า จากเส้นแรงไฟฟ้า และเกิดเส้นสมศักย์ ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ สร้างอำนาจของสนามไฟฟ้า และเส้นแรงไฟฟ้า จุดสะเทิน ขั้วคู่ และ 2 ขั้วคู่ ผลการสร้างแบบจำลองสนามไฟฟ้า ทำให้นักศึกษาสามารถเขียนเส้นแรงไฟฟ้า และจุดสะเทินไฟฟ้า โดยดูจากการเขียนตอบอธิบายในข้อสอบแบบอัตนัย นักศึกษาทั้งชั้นเรียนจำนวน 12 คน แต่มีนักศึกษสามารถเขียนแสดงความเข้าใจเรื่องแรงไฟฟ้า และจุดสะเทินไฟฟ้า ในจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 83

คำสำคัญ : เส้นแรงไฟฟ้า, เส้นสมศักย์, จุดสะเทิน

Abstract

The objective of this research is to create a mathematical model of point charges and multipoles to generate electric fields from electric field lines and equipotential lines. This research uses mathematical software to generate electric field power, electric field lines, neutral points, dipoles, and bipolar pairs. The resulting electric field models enable students to draw electric field lines and neutral points. Based on the essay-style answers in the exam, out of 12 students in the

*Corresponding author : artithutem@pcru.ac.th

Received : 02/02/2026 Revised : 19/06/2026 Accepted : 23/06/2026

class, only 10 students, or 83%, were able to demonstrate an understanding of electric force and neutral points.

Keywords : Electric field line, Equipotential line, Neutral point

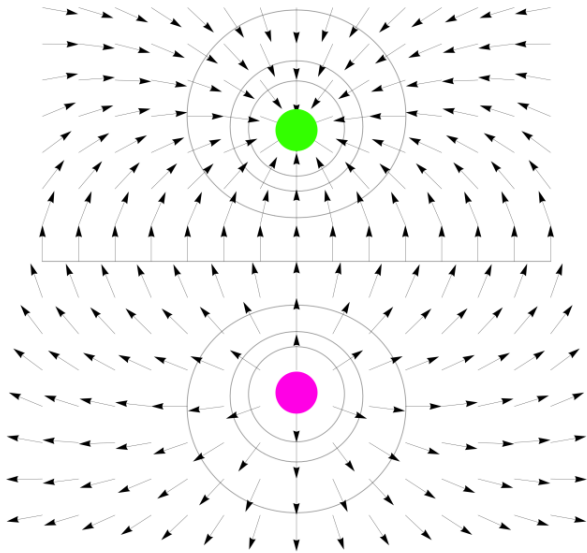
ที่มาและความสำคัญ

ในรายวิชาฟิสิกส์ 2 ในหัวข้อของ Electrostatics โดยมีหัวข้อย่อย Point Charges, Multipoles ซึ่งในหนังสือฟิสิกส์ 2 ได้มีการแสดงสนามไฟฟ้าจึงใช้วิธีเขียนเป็นเส้นสมมติ เรียกว่า เส้นแรงไฟฟ้า (สนามเวกเตอร์) ทิศของเส้นแรงไฟฟ้าก็จะแทนสนามไฟฟ้า แต่ไม่สามารถบ่งบอกขนาดของเส้นสมมติได้ แต่การใช้โปรแกรม Mathematica สามารถแสดงขนาดของเส้นสมมติไฟฟ้าได้ จุดสะเทินของขั้วคู่ประจุไฟฟ้า โดยใช้คำสั่ง ContourPlot ได้ทำให้นักศึกษาสามารถเข้าใจเนื้อหาในส่วนของ Point Charges, Multipoles วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อสร้างสื่อการเรียนการสอนในหัวข้อ Point Charges, Multipoles เพื่อนำไปสอนในรายวิชาฟิสิกส์ 2

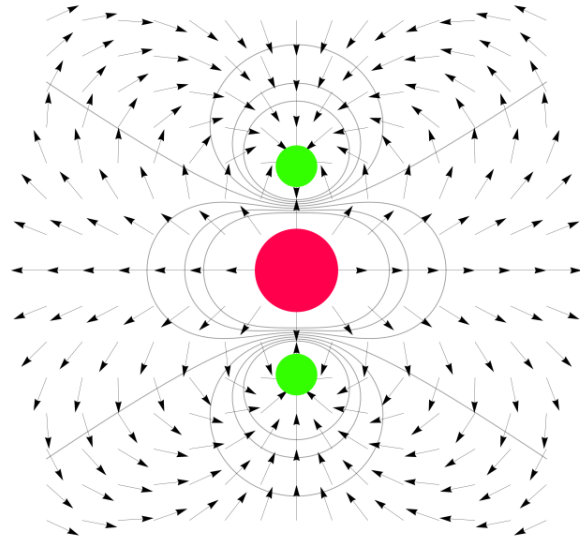
วิธีการดำเนินการวิจัย

เมื่อมีประจุไฟฟ้า 2 ตัวอยู่ในบริเวณเดียวกัน ประจุทั้งสองจะส่งแรงกระทำซึ่งกันและกันได้โดยไม่ต้องอาศัยตัวกลางใด ๆ ตามสูตรของกฎคูลอมบ์ $F_C = kq_1q_2/R^2$ แต่ถ้ามีประจุไฟฟ้าเพียงตัวเดียว จะไม่ทำให้เกิดแรงไฟฟ้าขึ้น อย่างไรก็ตาม เราอาจพิจารณาว่า รอบ ๆ ประจุตัวนั้นจะมีอำนาจไฟฟ้าที่ประจุตัวนั้นแผ่ออกมา อำนาจไฟฟ้านี้จะแสดงผลเป็นแรงกระทำต่อประจุตัวอื่นทันทีที่มีประจุตัวอื่นมาอยู่ในบริเวณนั้น อำนาจไฟฟ้าที่ประจุแผ่ออกมารอบ ๆ และจะแสดงผลเป็นแรงกระทำต่อประจุตัวอื่นเมื่อมีประจุอื่นมาอยู่ในบริเวณนั้น เราเรียกว่า สนามไฟฟ้า (Electric Field : E) เรียกประจุไฟฟ้าที่เป็นเจ้าของสนามไฟฟ้า คือ เป็นตัวที่แผ่สนามไฟฟ้าไปยังจุดใด ๆ รอบตัวมัน ว่าเป็นประจุต้นเหตุ Q [1], [2] และเรียกประจุอื่นที่มาอยู่ในสนามไฟฟ้า แล้วถูกแรงกระทำจากสนามไฟฟ้านั้น ว่า ประจุทดสอบ q เนื่องจากสนามไฟฟ้าเป็นปริมาณที่ไม่มีตัวตน การแสดงสนามไฟฟ้าจึงใช้วิธีเขียนเป็นเส้นสมมติ เรียกว่า เส้นแรงไฟฟ้า ทิศของเส้นแรงไฟฟ้าก็จะแทนสนามไฟฟ้า และความหนาแน่นของเส้นแรงไฟฟ้าก็จะแสดงขนาดของสนามไฟฟ้า ขนาดของสนามไฟฟ้า $E = F/q$ หรือ สนามไฟฟ้า [3] คือ เกรเดียนของศักย์ไฟฟ้าซึ่งเป็นศักย์สเกลาร์ $\vec{E} = -\nabla V$ [4] โดยที่ V คือ ศักย์ไฟฟ้าของประจุไฟฟ้า ในงานวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรม Mathematica ในการเขียนโปรแกรมเพื่อสร้าง เส้นแรงไฟฟ้า และเส้นสมมติไฟฟ้าเพื่อให้นักศึกษาใน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และนักเรียนตามโรงเรียนต่าง ๆ ที่เรียนเนื้อหาไฟฟ้าสถิตได้มองเห็นภาพของฟิสิกส์ได้อย่างเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น โดยใช้คอมพิวเตอร์ ASUS Zenbook 14 Oled Core-i7 ผลการเขียนโปรแกรม และพล็อตกราฟเส้นแรงไฟฟ้า ได้แสดงในหัวข้อผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

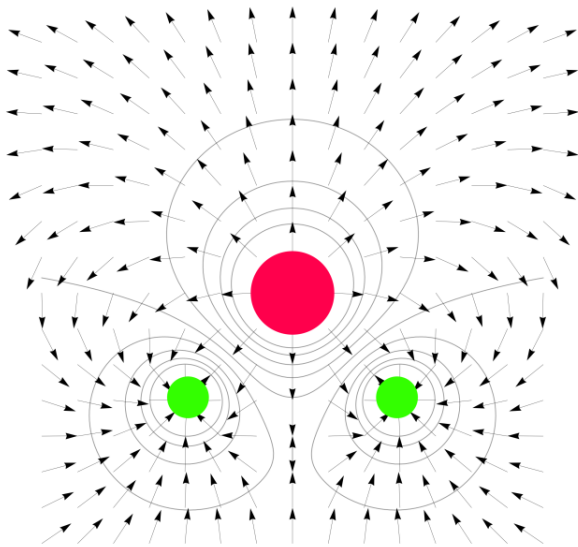
ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย



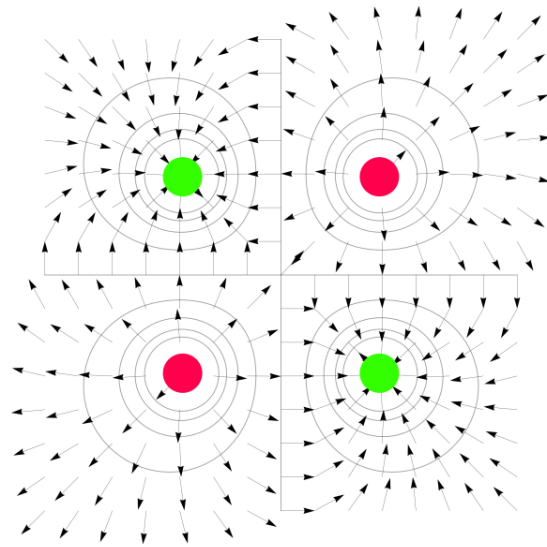
(a) แบบไดโพล (dipole)



(b) แบบ Line Quadra-pole



(c) แบบ Triangle



(d) แบบ Square Quadra-pole

ภาพที่ 1: แสดงผลของการใช้โปรแกรม Mathematica สร้างเส้นแรงไฟฟ้า (สนามเวกเตอร์) ที่มีการเกิดจุดสะท้อนของประจุไฟฟ้าชนิดที่เหมือนกัน

การเขียนโปรแกรม Mathematica [7],[8],[9],[10]

Input[1] : Needs["Graphics`PlotField`"] เพื่อกำหนดคำสั่งต่างในการสร้างกราฟ

Input[2] : VEPlot[potential_, xlim_, ylim_, opts_] :=

Module[{plot1, plot2}, plot1 = PlotGradientField[-potential, xlim, ylim,

ScaleFunction → (1 &), DisplayFunction → Identity]; plot2 = ContourPlot[potential, xlim, ylim, ContourShading → False, ContourSmoothing → True, DisplayFunction → Identity,

PlotPoints → 50]; Show[{plot1, plot2}, opts, DisplayFunction → \$DisplayFunction];

เพื่อใช้สมการ $\vec{E} = -\nabla V$ ในการสร้างเส้นแรงไฟฟ้า (สนามเวกเตอร์) [5], [6] และมีการใช้คำสั่ง ContourPlot เพื่อสร้างเส้นสมศักย์ไฟฟ้า

Input[3] : VEPlot[potential_, opts_] := VEPlot[potential, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, opts]

Input[4] : Protect[VEPlot];

Input[5] : Monopole[q_ : 1, r0_ : {0, 0, 0}, r_ : {x, y, z}] := q/(Sqrt[Sum[(r0[[i]] - r[[i]])^2, {i, 1, Length[r0]}]]);
ตามสมการดังนี้ ศักย์ไฟฟ้า

$$V = \frac{q}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (r_0(i) - r(i))^2}}$$

Input[6] : Monopole[q, {x0, y0}, {x, y}]

Output[6] : q/Sqrt[(-x + x0)^2 + (-y + y0)^2]

เกิดสร้างไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าตัวเดียว

Input[7] : quad = (Monopole[2 q, {0, 0, 0}] + Monopole[-q, {0, 0, d/2}] + Monopole[-q, {0, 0, -d/2}])

Output[7] : -(q/Sqrt[x^2 + y^2 + (-d/2 - z)^2]) - q/Sqrt[x^2 + y^2 + (d/2 - z)^2] + (2 q)/Sqrt[x^2 + y^2 + z^2]

เกิดสร้างไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าสามตัวแบบ Line Quadra-pole [7],[8],[9]

Input[8] : triangle = (Monopole[+2 q, {0, 0, 0}] + Monopole[-q, {d/2, 0, -d/2}] + Monopole[-q, {-d/2, 0, -d/2}])

Output[8] : $-(q/\sqrt{(-(d/2) - x)^2 + y^2 + (-(d/2) - z)^2}) - q/\sqrt{(d/2 - x)^2 + y^2 + (-(d/2) - z)^2} + (2q)/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

เกิดสร้างไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าสามตัว แบบรูปสามเหลี่ยม และเกิดเส้นสมศักย์ไฟฟ้า[10]

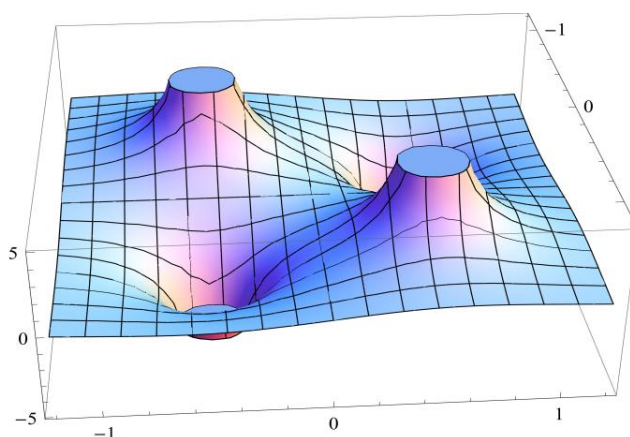
Input[9] : Square = (Monopole[+q, {d/2, 0, d/2}] + Monopole[-q, {d/2, 0, -d/2}] + Monopole[+q, {-d/2, 0, -d/2}] + Monopole[-q, {-d/2, 0, d/2}])

Output[9] : $q/\sqrt{(-(d/2) - x)^2 + y^2 + (-(d/2) - z)^2} - q/\sqrt{(d/2 - x)^2 + y^2 + (-(d/2) - z)^2} - q/\sqrt{(-(d/2) - x)^2 + y^2 + (d/2 - z)^2} + q/\sqrt{(d/2 - x)^2 + y^2 + (d/2 - z)^2}$

เกิดสร้างไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าสี่ตัว แบบรูปสี่เหลี่ยม และเกิดเส้นสมศักย์ไฟฟ้า

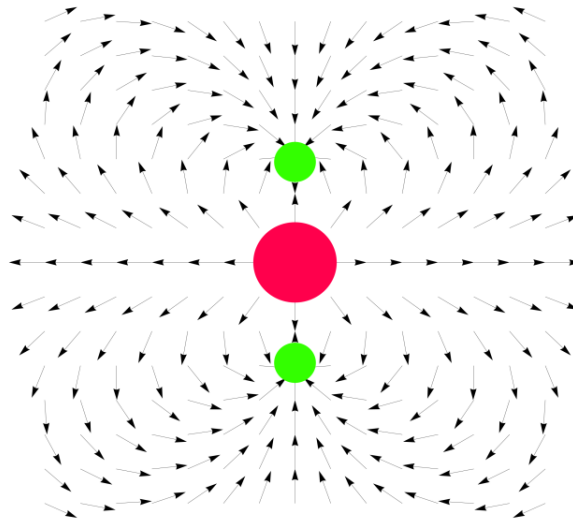
Input[10] : Plot3D[Square /. {y → 0, q → 1, d → 1}, {x, -1.2, 1.2}, {z, -1.2, 1.2}]

Output[10] :



Input[11] : charges1 = {{Hue[0.3], Disk[{0, 1/2}, 0.1]}, {Hue[0.95], Disk[{0, 0}, 0.2]}, {Hue[0.3], Disk[{0, -1/2}, 0.1]}};

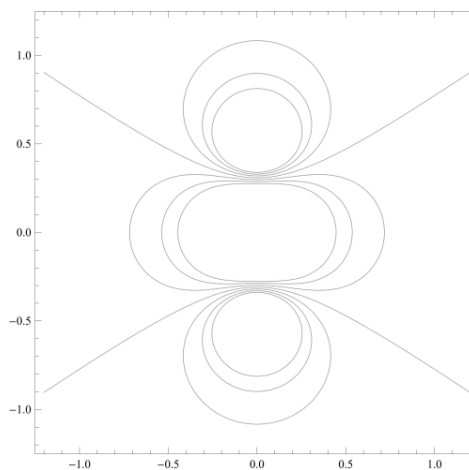
Input[12] : p1 = PlotGradientField[-quad /. {y → 0, q → 1, d → 1}, {x, -1.2, 1.2}, {z, -1.2, 1.2}, ScaleFunction → (1 &), Epilog -> charges1] เพื่อสร้างเส้นแรงไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าสามตัวแบบ Line Quadrupole โดยกำหนด ขนาดของประจุไฟฟ้า q → 1, ระยะห่างระหว่างประจุไฟฟ้า d → 1 ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 สร้างเส้นแรงไฟฟ้าในประจุไฟฟ้าสามตัว แบบ Line Quadra-pole โดยเชื่อมโยงจากคำสั่ง จากหมายเลข Input[7]

Input[13] : `p2 = ContourPlot[quad /. {y → 0, q → 1, d → 1}, {x, -1.2, 1.2}, {z, -1.2, 1.2},`

`ContourShading → False, DisplayFunction → Identity, PlotPoints → 50]` เพื่อสร้างเส้นสมศักย์ไฟฟ้าของประจุไฟฟ้าสามตัว แบบ Line Quadra-pole ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงเส้นสมศักย์ไฟฟ้าของประจุไฟฟ้าสามตัว แบบ Line Quadra-pole

Input[14] : `Show[p1, p2]`

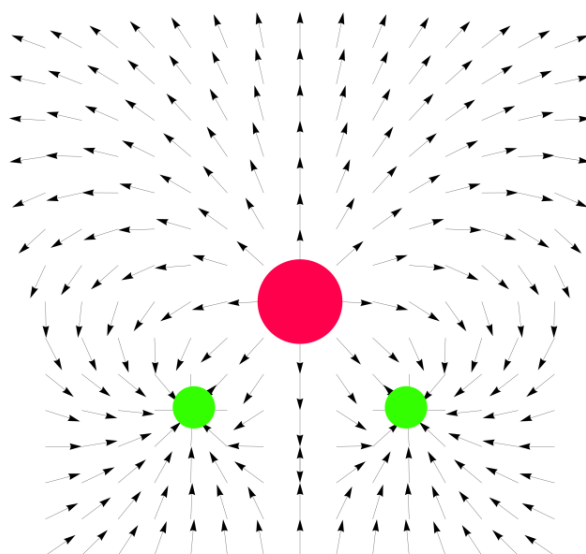
Output[14] : ภาพที่ 1(b) แบบ Line Quadra-pole

การสร้างแบบจำลองเส้นแรงไฟฟ้า ...

```
Input[15] : charges2 = {{Hue[0.3], Disk[{-1/2, -1/2}, 0.1]}, {Hue[0.95], Disk[{0, 0}, 0.2]}, {Hue[0.3], Disk[{1/2, -1/2}, 0.1]}};
```

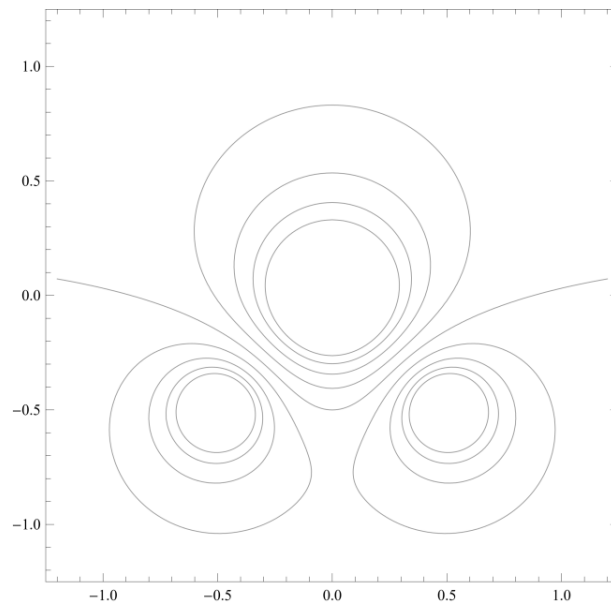
```
Input[16] : p3 = PlotGradientField[-triangle //. {y → 0, q → 1, d → 1}, {x, -1.2, 1.2}, {z, -1.2, 1.2}, ScaleFunction → (1 &), Epilog → charges2]
```

Output[16] :



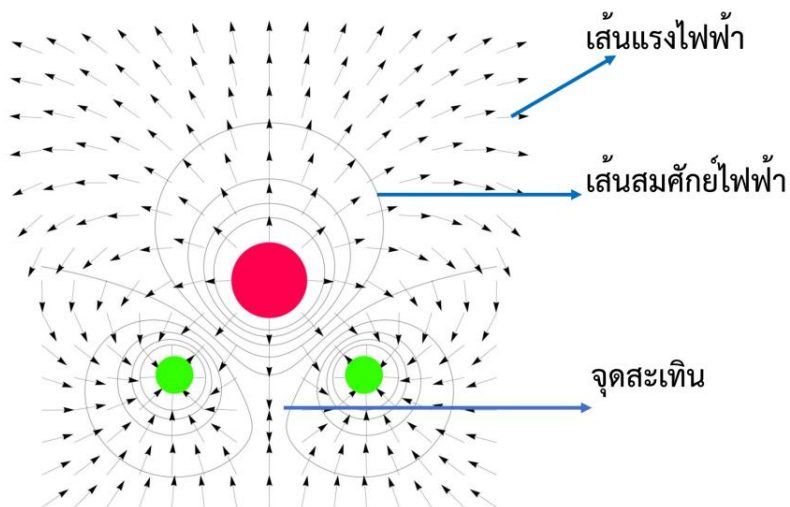
```
Input[17] : p4 = ContourPlot[-triangle //. {y → 0, q → 1, d → 1}, {x, -1.2, 1.2}, {z, -1.2, 1.2}, ContourShading → False, DisplayFunction → Identity, PlotPoints → 50]
```

Output[17] :



Input[18] : Show[p3, p4]

Output[18] : ภาพที่ 1(c) แบบ Triangle



จากงานวิจัยชิ้นนี้ ข้าพเจ้าได้ดำเนินการนำสื่อการเรียนการสอนชิ้นนี้ไปใช้ในการสอนรายวิชาฟิสิกส์ ในหัวข้อกฎของคูลอมบ์ และสนามไฟฟ้าในชั้นนักศึกษาวิศวกรรมการผลิตขั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 ซึ่งดำเนินการสอนในวันอังคารคาบที่ 2-4 ข้าพเจ้าได้ดำเนินการใช้ผลงานวิจัยดังกล่าวสอนโดยใช้กลยุทธ์ทางการสอน แบบ Backward Design ซึ่งในแบบ มคอ. 3 ในรายวิชาฟิสิกส์ มีเกณฑ์การให้คะแนน (rubric) ของข้อสอบอัตนัยดังนี้

เกณฑ์การประเมินการแก้โจทย์ปัญหาทางฟิสิกส์ (ข้อสอบอัตนัย)

การแสดงวิธีทำ

- | | |
|---|---------|
| 1. แสดงวิธีทำถูกต้อง เขียนคำอธิบาย เขียนสูตรในการคำนวณ คำตอบถูกต้อง | 5 คะแนน |
| 2. วิธีทำถูกต้อง และเขียนสูตรถูกต้อง แต่ไม่เขียนคำอธิบายทางฟิสิกส์ คำตอบใกล้เคียง | 4 คะแนน |
| 3. วิธีทำไม่ถูกต้อง และไม่เขียนคำอธิบาย แต่เขียนสูตรถูกต้อง แต่เครื่องหมายผิดและคำตอบใกล้เคียง | 3 คะแนน |
| 4. วิธีทำไม่ถูกต้อง และไม่เขียนคำอธิบาย แต่เขียนสูตรถูกต้อง แต่เครื่องหมายผิดและคำตอบไม่ถูกต้อง | 2 คะแนน |
| 5. วิธีทำไม่ถูกต้อง และไม่เขียนคำอธิบาย และเขียนสูตรไม่ถูกต้องแต่เครื่องหมายผิดและคำตอบไม่ถูกต้อง | 1 คะแนน |

เป็นต้น ซึ่งมีการทดสอบความเข้าใจในหัวข้อเรื่อง กฎของคูลอมบ์ และสนามไฟฟ้า โดยใช้เครื่องมือ 2 แบบ คือ แบบที่ 1 การทดสอบแบบข้อเขียนอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ซึ่งในห้องเรียนนี้มีจำนวนนักศึกษา 12 คน ทำการทดสอบ ผลปรากฏว่า มีนักศึกษาสามารถเขียนแสดงความเข้าใจเรื่องแรงไฟฟ้า และจุดประจุไฟฟ้า ในจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 83 ซึ่งข้อสอบดังกล่าว เป็นข้อสอบชุดเดียวกับปีการศึกษา 2567 จำนวนนักศึกษาวิศวกรรมการผลิตชั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 มีทั้งหมด 14 คน และจำนวนข้อสอบ 3 ข้อ เท่ากัน แต่ในปีการศึกษา 2567 นักศึกษาสามารถเขียนอธิบายได้เพียง 8 คน จากทั้งหมด 14 คน คิดเป็นร้อยละ 57 เท่านั้น จึงสรุปได้ว่า สื่อการเรียนการสอนดังกล่าวข้างต้นมีประสิทธิภาพ

สรุปผลการวิจัย

การใช้โปรแกรม Mathematica ในการเขียนเส้นแรงไฟฟ้า โดยผ่านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักศึกษาที่เรียนรายวิชาฟิสิกส์ 2 มีความเข้าใจเรื่อง เส้นแรงไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และเส้นสมศักย์ไฟฟ้า มากขึ้น โดยผ่านการสอบแบบอัตนัย ช่วยเป็นสื่อการเรียนการสอนในหัวข้อ Electrostatics หัวข้อย่อย Point Charges, Multipoles เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] อีรพันธ์ สุทธิเทพ, และวีรศักดิ์ บุญทน. (2559). *สนามแม่เหล็กไฟฟ้า* (พิมพ์ครั้งที่ 1). สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- [2] Griffiths, D. J. (1999). *Introduction to electrodynamics*. Prentice Hall.
- [3] วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ, และสุวรรณ คูสำราญ. (2548). *ฟิสิกส์ (แม่เหล็กไฟฟ้า)*. มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษา.
- [4] สมพงษ์ ใจดี. (2543). *ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 3 (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [5] Moonsri, P., Pakamwang, J., & Hutem, A. (2022). Calculation of electric charge, electric field, and electric potential of spherical conductors containing volume charge density of the sine function. *VRU Research and Development Journal Science and Technology*, 17(3), 61–74. <https://so06.tci-thaijo.org/index.php/vrurdistjournal/article/view/256963>
- [6] Hutem, A. (2023). Evaluation of the electric potential in hollow sphere of conductor radius under electric potential on surface hollow sphere of conductor. *Journal of KPRU Science Mathematics and Technology*, 2(1), 29–38.
- [7] Ruhlandt, D., Mühle, S., & Enderlein, J. (2020). Electric field lines of relativistically moving point charges. *American Journal of Physics*, 88(1), 5. <https://doi.org/10.1119/10.0000189>
- [8] Nogueira, J. R., Alves, R., & Marques, P. C. (2019). Computational programming as a tool in the teaching of electromagnetism in engineering courses: Improving the notion of field. *Education Sciences*, 9(1), Article 64. <https://doi.org/10.3390/educsci9010064>
- [9] Mayes, E. (1994). Visualizing electrostatic phenomena using Mathematica. *Journal of the Arkansas Academy of Science*, 48(1), 1–8. <https://scholarworks.uark.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1937&context=jaas>
- [10] Qin, R. (2017). Electric-field-induced alignment of electrically neutral disk-like particles: Modelling and calculation. *Scientific Reports*, 7, Article 8449. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-09180-7>

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเอนโทรปีการกระจายบอลกับโอกาสในการเข้าทำประตูในพื้นที่สุดท้าย

Correlation Between Passing Distribution Entropy and Scoring Opportunities in the Attacking Third

สรายุทธ์ พานเทียน^{1*}, เยาวลักษณ์ ยามสุข²

¹ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี อำเภอเมืองลพบุรี จังหวัดลพบุรี 15000

² นักวิจัยอิสระ อำเภอเมืองลพบุรี จังหวัดลพบุรี 15000

Sarayut Pantian^{1*}, Yaowalak Yamsuk²

¹ Faculty of Science and Technology, Thepsatri Rajabhat University, Meung, Lopburi province, 15000

² Independent Researcher, Meung, Lopburi province, 15000

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความไม่แน่นอนในการกระจายบอลด้วยการวัดค่าเอนโทรปีการกระจายบอลกับประสิทธิภาพในการสร้างโอกาสทำประตูในพื้นที่สุดท้าย โดยใช้ข้อมูลเหตุการณ์จากการแข่งขันฟุตบอลโลก 2018 จำนวน 15 แมตช์ ผ่านกระบวนการวิเคราะห์ที่กึ่งคณิตศาสตร์ในสนามและคำนวณค่าสถิติตามทฤษฎีสารสนเทศ โดยแบ่งพื้นที่เกมรุกออกเป็น 9 โซนย่อย ผลการวิจัยพบว่าค่าเอนโทรปีการกระจายบอลมีความสัมพันธ์เชิงบวกในระดับสูงมากกับจำนวนโอกาสในการทำประตู โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) เท่ากับ 0.98 และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 0.97 ซึ่งบ่งชี้ว่าความหลากหลายในการส่งบอลที่คาดเดาได้ยากสามารถอธิบายความผันแปรของโอกาสการทำประตูได้ถึงร้อยละ 97 สมการถดถอยเชิงเส้นระบุว่าเมื่อค่าเอนโทรปีเพิ่มขึ้น 1 บิต มีความสัมพันธ์กับโอกาสทำประตูที่เพิ่มขึ้นเฉลี่ย 6.68 ครั้ง ผลลัพธ์นี้ยืนยันว่าความไม่แน่นอนของการกระจายบอลที่สำเร็จเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างพื้นที่ว่างและทำลายเกมรับที่มีความรัดกุมสูงในฟุตบอลระดับโลก

คำสำคัญ: เอนโทรปีการกระจายบอล, ทฤษฎีสารสนเทศ, การวิเคราะห์ฟุตบอล, โอกาสทำประตู, การกระจายบอลสำเร็จ

*Corresponding author : sarayut.p@lawasri.tru.ac.th

Received : 05/02/2026 Revised : 11/05/2026 Accepted : 26/06/2026

Abstract

This research aims to investigate the relationship between ball distribution uncertainty, measured by Shannon Entropy, and the efficiency of creating scoring opportunities in the attacking third. Using event data from 15 matches of the 2018 FIFA World Cup, the study employed spatial coordinate analysis and information theory statistics by dividing the attacking half into 9 discrete zones. The results revealed a very high positive correlation between Shannon Entropy and scoring opportunities, with a Pearson correlation coefficient (r) of 0.98 and a coefficient of determination (R^2) of 0.97. This indicates that the unpredictability and diversity of passing can explain 97% of the variance in attacking efficiency. The linear regression model suggests that an increase of 1 bit in entropy is associated with an average increase of 6.68 scoring opportunities. These findings confirm that uncertainty in ball distribution is a crucial factor in space creation and overcoming highly organized defensive systems in elite football.

Keywords: Shannon Entropy, Information Theory, Football Analytics, Scoring Opportunities, Success Ball Distribution

ที่มาและความสำคัญ

เกมกีฬาฟุตบอลเริ่มต้นจากการอาศัยความสามารถเฉพาะตัวของผู้เล่นวิวัฒนาการไปสู่เกมที่มีรากฐานจากรูปแบบการเล่นและการบริหารจัดการพื้นที่อย่างเข้มข้น [1] การวิวัฒนาการด้านโครงสร้างนี้เกิดขึ้นไปพร้อมกับการพัฒนาตัวแปรสำหรับการประเมินด้านต่าง ๆ ของนักฟุตบอลและผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการแข่งขัน เช่น สัดส่วนการครองบอล (Possession Rate) หรือจำนวนการส่งบอลสำเร็จ (Pass Completion) อย่างไรก็ตาม มีงานวิจัยที่ชี้ให้เห็นว่าตัวชี้วัดดังที่กล่าวมาสัมพันธ์กับผลการแข่งขันน้อยลง เนื่องจากมีปัจจัยอื่นเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ทีมที่สามารถครองบอลได้มากแต่ขาดประสิทธิภาพการเข้าทำที่แน่นอน ไม่สามารถสร้างผลลัพธ์ที่ดีได้ หรือทีมที่ส่งบอลมากแต่ส่วนใหญ่เป็นการส่งคืนหลัง ไม่สามารถสร้างความได้เปรียบเชิงกลยุทธ์ได้มากพอ [2-3]

ตลอดทศวรรษที่ผ่านมา มีนักวิจัยพยายามสร้างหรือพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้สามารถประเมินผลในด้านต่าง ๆ ของเกมฟุตบอลที่มีพัฒนาการอย่างก้าวกระโดดโดยการนำความรู้ศาสตร์อื่นเข้ามาบูรณาการร่วมด้วย เช่น Duch et al. (2010) และ Passos et al. (2011) [4-5] นำทฤษฎีเครือข่าย (Network Theory) มาประยุกต์ใช้กับฟุตบอล โดยการมองผู้เล่นเป็นจุดที่มีการส่งบอลเชื่อมกันอย่างเป็นโครงข่าย ผลการวิจัยนี้สามารถระบุได้ว่าศูนย์กลางของการส่งข้อมูลหรือผู้เล่นที่เป็นแกนหลักของทีมคือใคร แต่ไม่สามารถคาดเดาได้ว่าการส่งข้อมูลนั้นจะไปในทิศทางไหน กล่าวคือ หากการส่งบอลหรือการเล่นนั้นเป็นรูปแบบที่แน่นอน แบบจำลองตามทฤษฎีเครือข่ายสามารถคาดเดาได้ แต่ถ้าการส่งบอลหรือการเล่นนั้นไม่อยู่ในรูปแบบที่แน่นอนแบบจำลองจะไม่สามารถคาดเดาผลลัพธ์ได้ หรือกล่าวในอีก

มุมคือในเกมการแข่งขันนั้นเต็มไปด้วยความไม่แน่นอนของการตัดสินใจของผู้เล่นเป็นเหตุให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้นไม่สามารถทำนายได้

ด้วยข้อสรุปดังกล่าวมาแล้วทฤษฎีสารสนเทศของแชนนอน (Shannon Information Theory) จึงถูกนำมาใช้เป็นเครื่องมือเติมเต็มที่สำคัญในการทำนายพฤติกรรมดังกล่าว โดย Shannon (1948) [6] นิยามเอนโทรปี หรือเรียกว่าแชนนอนเอนโทรปี ซึ่งเป็นตัวแปรที่วัดปริมาณความไม่แน่นอนหรือปริมาณข้อมูลเฉลี่ยของแหล่งกำเนิดสัญญาณ โดยสามารถแปลความได้ว่า ความสามารถในการคาดเดาเหตุการณ์จะแปรผกผันกับค่า เอนโทรปี Cintia et al. (2015) [7] พบว่า การวัดแชนนอนเอนโทรปีไม่เพียงการส่งบอลที่แม่นยำ แต่เป็นการวัดด้วยว่าระบบส่งบอลนั้นมีความสม่ำเสมอที่จะทำให้เกมรับของคู่ต่อสู้สับสน ซึ่งถือว่าเป็นมิติที่สถิติเดิมไม่สามารถวัดได้

การวัดพฤติกรรมหรือตัวแปรใดใดในสนามฟุตบอลนั้นจำเป็นต้องแบ่งพื้นที่สนามเพื่อแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูลว่าพื้นที่ตรงไหนมีการแสดงพฤติกรรมอะไรและจากผู้เล่นคนใด โดยเบื้องต้นมักแบ่งสนามแบบ 3 ส่วนตามยาว หรือ 4 ส่วนเท่ากัน ในขณะเดียวกัน Gudmundsson & Wolle (2014) [8] กล่าวว่า การแบ่งพื้นที่แบบนั้นทำให้ได้ข้อมูลขาดความแม่นยำเพราะข้อมูลที่ได้น้อยเกินไป ในทางตรงกันข้าม การใช้การอ้างอิงพิกัดตำแหน่งละเอียดแบบระบบพิกัดแบบคาร์ทีเซียนแม้จะแม่นยำแต่ต้องใช้อุปกรณ์ราคาสูง ประกอบกับต้องใช้จำนวนแมตช์ที่จะศึกษามากกว่าจะได้ข้อมูลที่แม่นยำ อย่างไรก็ตาม งานวิจัยนี้ได้เสนอการแบ่งพื้นที่ตามยาวเป็นแบบครึ่งสนาม (Half-spaces) แนวรุก และพื้นที่ปีก และการแบ่งตามลึกเป็นพื้นที่หน้ากรอบและพื้นที่เส้นหลัง ขนาด 3x3 (9 โซน) ตามภาพที่ 1. ทั้งนี้ การแบ่งพื้นที่สนามดัดแปลงมาจากการแบ่งมาตรฐาน 18 โซนที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์แทคติก โดยเจาะจงแบ่งพื้นที่สุดท้ายออกเป็นตาราง 3x3 เพื่อแยกวิเคราะห์เฉพาะพื้นที่สุดท้ายของการครอบครองบอล ซึ่งสอดคล้องกับหลักการเล่นพื้นที่แคบที่อภิปรายโดย Clemente et al. (2016) [9] อย่างไรก็ตาม การใช้เอนโทรปีวิเคราะห์ภาพรวมทั้งสนามในงานวิจัยที่ผ่านมายังมีข้อจำกัดในการสะท้อนประสิทธิภาพของเกมรุกอย่างเจาะจง เนื่องจากไม่ได้แยกแยะระหว่างการต่อบอลในพื้นที่ปลอดภัยและการเข้าทำในพื้นที่อันตราย งานวิจัยนี้จึงสร้างความแตกต่างและเพิ่มคุณค่าใหม่โดยการประยุกต์ใช้ตารางกริดขนาด 3x3 เฉพาะในพื้นที่สุดท้าย (Attacking Third) เพื่อสะท้อนการตัดสินใจและความสับสนภายใต้สภาวะกดดันสูงโดยตรง

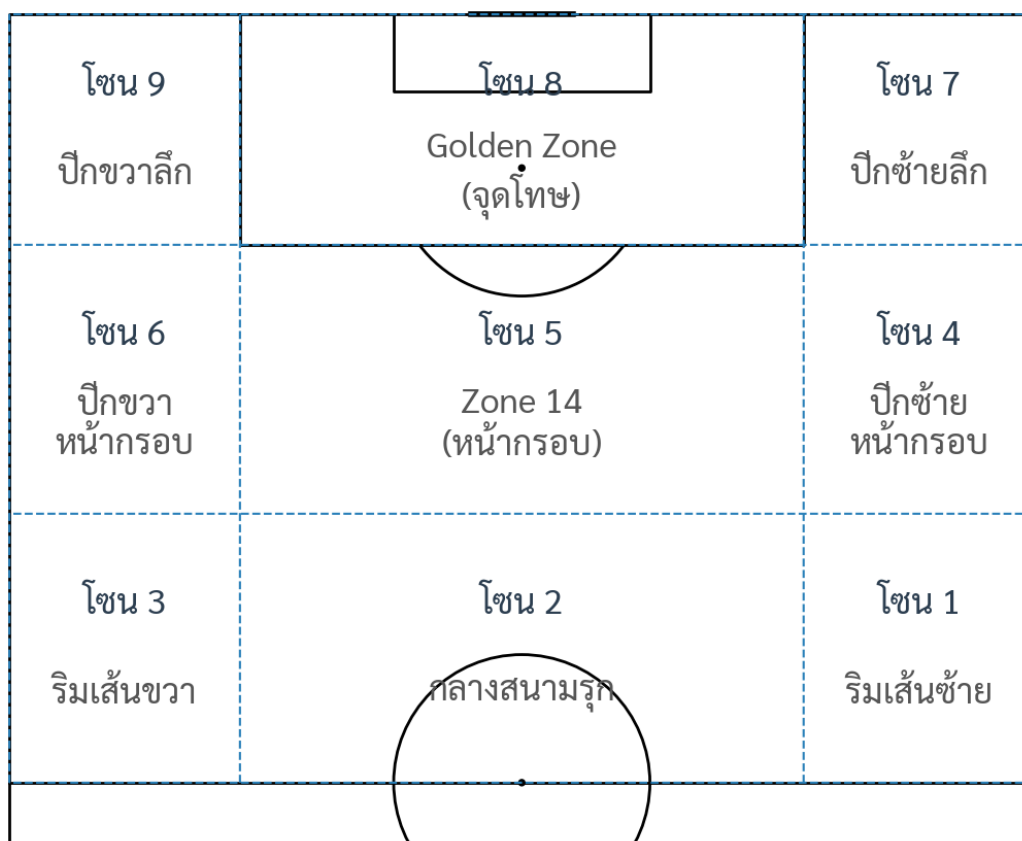
จากข้อมูลดังกล่าวมาแล้วข้างต้น การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าแชนนอนเอนโทรปีกับประสิทธิภาพในการสร้างโอกาสทำประตูนั้นยังมียู่ออย่างจำกัดและยังจำเป็นต้องมีการแปลความเพิ่มเติมจากข้อมูลเดิม งานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความไม่แน่นอนในการกระจายบอลด้วยการวัดค่าเอนโทรปีกับประสิทธิภาพในการสร้างโอกาสทำประตู เพื่อพิสูจน์ทราบถึงบทบาทของความไม่แน่นอนในฐานะปัจจัยขับเคลื่อนความสำเร็จทางกีฬา และขยายองค์ความรู้ด้านการประยุกต์ใช้ทฤษฎีสารสนเทศในการวิเคราะห์พฤติกรรมตัดสินใจภายใต้สถานการณ์กดดัน

วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยกระบวนการแปลงข้อมูลเหตุการณ์ ณ ตำแหน่งพิกัดทางภูมิศาสตร์ในสนาม (Spatial Coordinates) ให้เป็นค่าแชนนอนเอนโทรปี ดังขั้นตอนต่อไปนี้

สรยุทธ์ พานเทียน และ ยาวลักษณ์ ยามสุข

1. นำข้อมูลเหตุการณ์ (Events) จากฐานข้อมูล StatsBomb ซึ่งเป็นข้อมูลฟรีจากการแข่งขันฟุตบอลโลก 2018 (2018 FIFA World Cup) จำนวน 15 แมตช์ ผ่านกระบวนการวิเคราะห์ที่พิกัดทางภูมิศาสตร์ และคำนวณค่าสถิติตามทฤษฎีสารสนเทศโดยบันทึกตำแหน่งในรูปแบบพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y) บนสนามขนาดมาตรฐาน 120×80 หลา มาทำการคัดกรองเฉพาะเหตุการณ์การส่งบอลสำเร็จ ที่มีจุดสิ้นสุด (x_{end}, y_{end}) อยู่ในครึ่งสนามรุก x มากกว่าหรือเท่ากับ 60 หลา จากนั้นทำการแปลงพิกัดต่อเนื่องให้เป็นข้อมูลแบบกลุ่ม (Discrete Zones) โดยแบ่งพื้นที่ครึ่งสนามรุกออกเป็น 9 โซน Z_1 ถึง Z_9 ตามเงื่อนไขที่กำหนดในตารางที่ 1.



ภาพที่ 1. การแบ่งพื้นที่ในสนามส่วนเกมรุกออกเป็น 9 โซน ดัดแปลงจากแบบจำลองมาตรฐาน 18 โซน เพื่อใช้ในการคำนวณแซนนอนเอนโทรปี

ตารางที่ 1. เงื่อนไขในการกำหนดพื้นที่แบบกลุ่มโซนทั้งหมด 9 กลุ่ม

โซน Z_i	เงื่อนไขแนวลึก (x) (หลา)	เงื่อนไขแนวกว้าง (y) (หลา)	ความหมายทางยุทธวิธี
1	$60 \leq x \leq 81$	$y < 18$	ริมเส้นซ้าย
2	$60 \leq x \leq 81$	$18 \leq y < 62$	กลางสนามรุก
3	$60 \leq x \leq 81$	$y \geq 62$	ริมเส้นขวา
4	$81 \leq x \leq 102$	$y < 18$	ปีกซ้ายหน้ากรอบ
5	$81 \leq x \leq 102$	$18 \leq y < 62$	โซน 14 (หน้ากรอบเขตโทษ)
6	$81 \leq x \leq 102$	$y \geq 62$	ปีกขวาหน้ากรอบ
7	$102 \leq x \leq 120$	$y < 18$	ปีกซ้ายลึก
8	$102 \leq x \leq 120$	$18 \leq y < 62$	กรอบเขตโทษ (Golden Zone)
9	$102 \leq x \leq 120$	$y \geq 62$	ปีกขวาลึก

2. ทำการคำนวณค่าแซนนอนเอนโทรปี (H) ของระบบ โดยมีลำดับขั้นตอนต่าง ๆ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 แฉงนับความถี่ (n_i) นับจำนวนครั้งที่ลูกบอลถูกส่งสำเร็จเข้าไปในแต่ละโซน ($i = 1, 2, \dots, 9$) กำหนดให้ N คือ จำนวนการส่งบอลที่สำเร็จรวมทั้งหมดในครั้งสนามรุกตามสมการ (1)

$$N = \sum_{i=1}^9 n_i \quad (1)$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณความน่าจะเป็นเชิงพื้นที่ (p_i) โดยการแปลงความถี่เป็นความน่าจะเป็นเพื่อแสดงสัดส่วนการจ่ายบอลสำเร็จในแต่ละโซนดังสมการ

$$p_i = \frac{n_i}{N} \quad (2)$$

ขั้นตอนที่ 3 นำค่าความน่าจะเป็นเชิงพื้นที่ของแต่ละโซนมาแทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาค่าเอนโทรปี เอนโทรปี ทั้งนี้ เราใช้ลอการิทึมฐานสอง $\log_2$ เพื่อให้สอดคล้องกับงานต้นฉบับของแซนนอน [6] และของ Cintia et al. [7] ที่มีวัตถุประสงค์ให้ค่าเอนโทรปีที่ได้มีหน่วยเป็นบิต (Bits) โดยสอดคล้องกับหลักการพื้นฐานของทฤษฎีสารสนเทศ ที่ค่าเอนโทรปีอธิบายถึงจำนวนครั้งของการตัดสินใจ (ใช่หรือไม่ใช่) ได้อย่างเป็นรูปธรรม

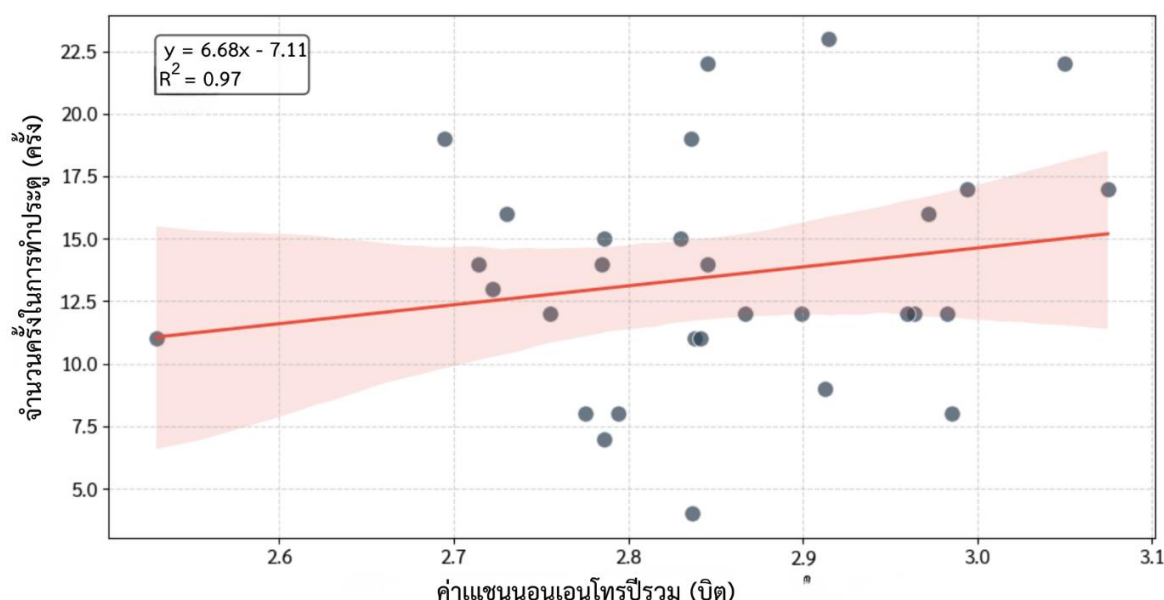
$$H = -\sum_{i=1}^9 p_i \log_2(p_i) \quad (3)$$

3. ประมวลผลข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และแปลผลข้อมูล ทำได้โดยการนำค่า H ที่คำนวณได้มาใช้เป็นตัวแปรอิสระเพื่อหาความสัมพันธ์กับตัวแปรตามคือจำนวนโอกาสในการทำประตู โดยค่า H สูงแสดงถึงความสามารถในการจ่ายบอลที่สำเร็จได้หลากหลายและคาดเดายาก ในขณะที่ค่า H ที่ต่ำแสดงถึงการเล่นที่กระจุกตัวและคาดเดาได้ง่าย โดยในงานวิจัยนี้นิยามโอกาสในการทำประตู หมายถึง จำนวนการยิงประตูทั้งหมด (Total Shots) ซึ่งครอบคลุมทั้งการยิงเข้ากรอบ หลุดกรอบ และการยิงติดบล็อก

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อความสัมพันธ์ระหว่างความไม่แน่นอนในการกระจายบอลด้วยการวัดค่าเอนโทรปี กับประสิทธิภาพในการสร้างโอกาสทำประตู โดยใช้ข้อมูลจากการแข่งขันฟุตบอลโลก 2018 จำนวน 15 แมตช์ ผ่านกระบวนการวิเคราะห์พิกัดทางภูมิศาสตร์และคำนวณค่าสถิติตามทฤษฎีสารสนเทศ ด้วยการประมวลผลข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยมีผลการวิจัยและประเด็นอภิปรายแบ่งเป็น 4 ส่วนหลัก ดังต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างแซนนอนเอนโทรปีและโอกาสการทำประตู จากการวิเคราะห์ภาพที่ 2. แผนภาพการกระจายตัวของข้อมูลระหว่างจำนวนครั้งที่ทำประตูกับค่าแซนนอนเอนโทรปีรวมจากข้อมูลทั้งหมด 15 แมตช์ พบว่าการกระจายตัวของข้อมูลมีแนวโน้มเป็นเส้นตรงที่มีความชันเป็นบวก เมื่อทดสอบทางสถิติหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Correlation Coefficient) พบว่าค่า r มีค่าเท่ากับ 0.98 ($p < 0.001$) ซึ่งอยู่ในระดับสูงมาก และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 0.97 บ่งชี้ว่ามีความหลากหลายในการส่งบอลสามารถอธิบายความผันแปรของโอกาสการทำประตูได้มากกว่าร้อยละ 97 ส่วนที่เหลือประมาณร้อยละ 3 เป็นผลมาจากปัจจัยอื่น ทั้งนี้ สมการถดถอยเชิงเส้นบ่งชี้ว่า เมื่อค่าแซนนอนเอนโทรปีเพิ่มขึ้น 1 บิต มีความสัมพันธ์กับจำนวนครั้งในการทำประตูที่เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 6.68 ครั้ง



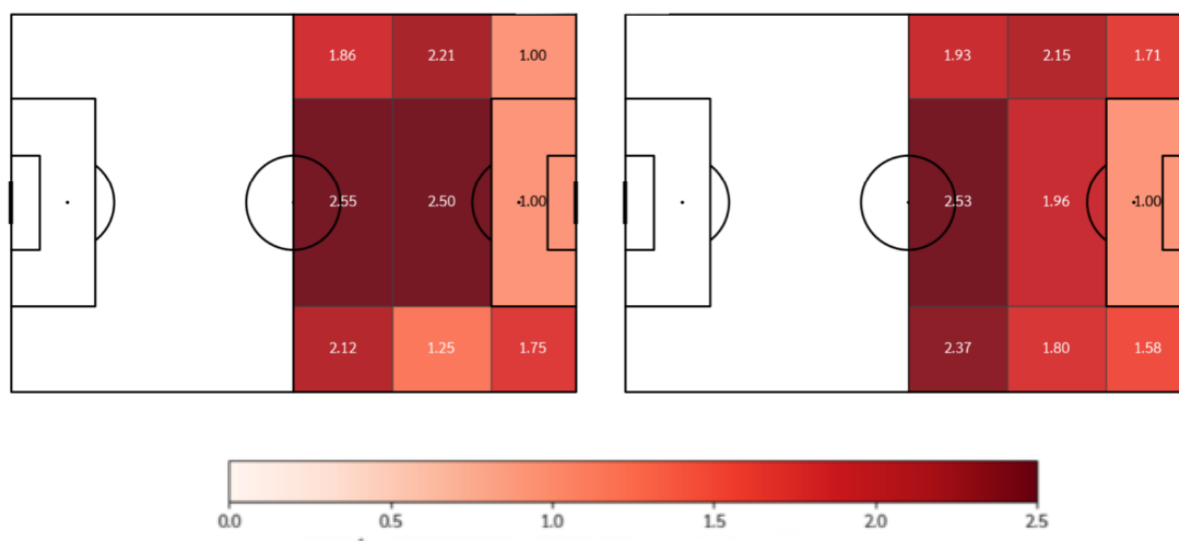
ภาพที่ 2. แผนภาพการกระจายตัวของข้อมูลระหว่างจำนวนครั้งที่ทำประตูกับค่าแซนนอนเอนโทรปีรวม (โดยจุดสีดำแทนข้อมูลของแต่ละแมตช์ เส้นสีแดงแทนเส้นถดถอยเชิงเส้น และแถบสีแดงอ่อนแทนขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 95)

2. การเปรียบเทียบเชิงพื้นที่ เมื่อพิจารณาจากแผนภาพความร้อนในภาพที่ 3 พบว่ากลุ่มค่าแซนนอนเอนโทรปีต่ำ ($H \approx 1.4 - 1.8$) พื้นที่การเล่นมีความหนาแน่นสูงเพียงบางจุด โดยมีกระจุกตัวบริเวณหน้ากรอบเขตโทษ (Zone 14) หรือริมเส้นด้านใดด้านหนึ่ง ส่งผลให้เกมรับของฝ่ายตรงข้ามสามารถคาดการณ์และป้องกันได้ง่าย ในขณะที่ กลุ่มค่าแซนนอนเอนโทรปีสูง ($H > 2.5$) มีการกระจายตัวการจ่ายบอลสำเร็จครอบคลุมพื้นที่ครึ่งสนามเกมรุก และจ่ายบอลเข้าสู่พื้นที่ลึกอย่างสมดุล ซึ่งสมดุลกับโอกาสยิงประตูที่สูงกว่าอย่างชัดเจน

อภิปรายผลการวิจัย

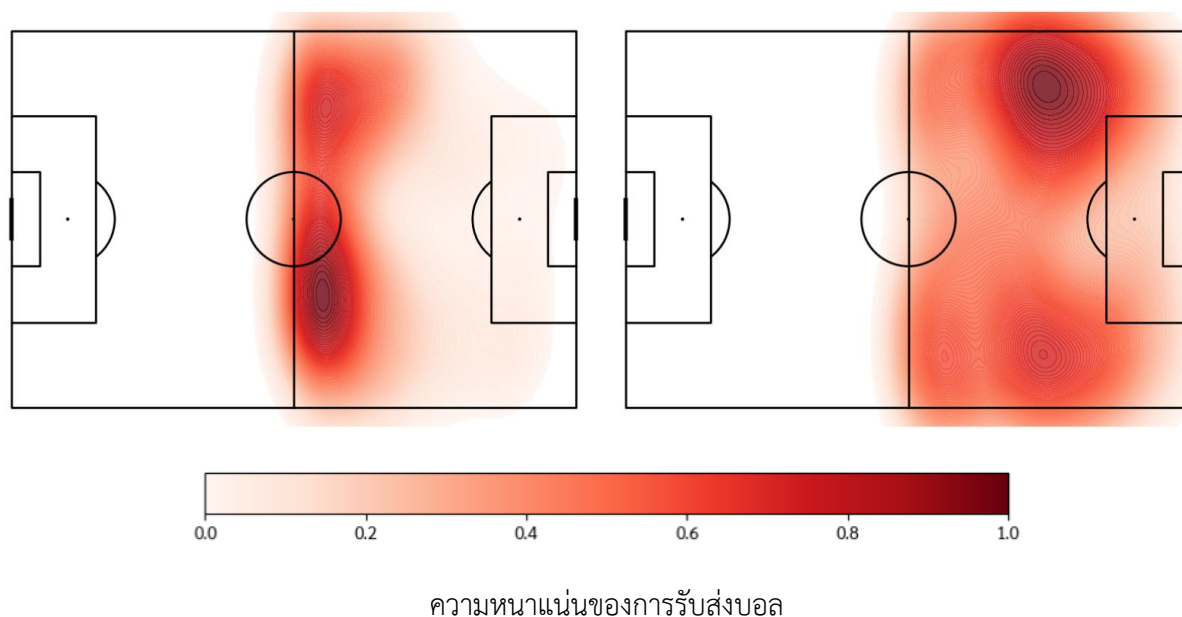
จากผลการวิจัยที่พบค่าความสัมพันธ์ในระดับสูงมาก ($r = 0.98$) ผู้วิจัยขอเสนอประเด็นอภิปรายโดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง 3 ประเด็น ดังนี้

1. ความไม่แน่นอนคือตัวแปรหลักของความสำเร็จ ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่สูงถึงร้อยละ 97 ชี้ให้เห็นว่าในระดับการแข่งขันสูงอย่างฟุตบอลโลกความสามารถในการคาดเดาไม่ได้เป็นปัจจัยชี้ขาดที่มีน้ำหนักมากกว่าปัจจัยอื่น การที่สมการทำนายระบุว่าการเพิ่มเอนโทรปีเพียงเล็กน้อยส่งผลต่อโอกาสยิงจำนวนมาก สะท้อนให้เห็นว่าระบบเกมรับในระดับโลกมีความรัดกุมสูงมาก จนกระทั่งการเล่นด้วยรูปแบบเดิมซ้ำ ๆ ไม่สามารถเจาะผ่านได้ การเพิ่มความยุ่งเหยิง (Chaos) ให้กับข้อมูลที่กองหลังต้องประมวลผล จึงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการสร้างพื้นที่ว่าง (Space Creation) ตามทฤษฎีสารสนเทศของ Shannon (1948) [6] และ Pantian et al. [10] ที่พบว่าทีมที่มีเครือข่ายการส่งบอลซับซ้อนจะมีประสิทธิภาพในการทำลายเกมรับสูงสุด ทั้งนี้ เมื่อพิจารณาในบริบทของระบบ 9 โชน ค่าเอนโทรปีเอนโทรปีสูงสุดที่เป็นไปได้จะมีค่าเท่ากับ 3.17 บิต การที่ข้อมูลแมตช์ที่มีโอกาสทำประตูสูงมีค่าเอนโทรปีเข้าใกล้ 3.0 บิต แสดงให้เห็นถึงการกระจายบอลที่มีความสับสนสูงมากเมื่อเทียบกับค่าสูงสุด



ค่าเอนโทรปีเอนโทรปีรายพื้นที่

(ก)



(ข)

ภาพที่ 3. แผนภาพกระจายความร้อน โดยภาพ (ก) แสดงการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในการส่งบอลรายพื้นที่ ภาพซ้ายมือเป็นการแข่งขันของทีมชาติอังกฤษ (พบทีมชาติปานามา) ผลการแข่งขัน 6-1 โอกาสยิงประตู (รวม-เข้ากรอบ-หลุดกรอบ-ติดบล็อก) เท่ากับ (17-8-7-2) ภาพขวามือเป็นการแข่งขันของทีมชาติโมร็อกโก (พบทีมชาติโปรตุเกส) ผลการแข่งขัน แพ้ 0-1 โอกาสยิงประตู (13-3-6-4) ภาพ (ข) แสดงความหนาแน่นของการรับส่งบอลรอบพื้นที่ครึ่งสนามเกมรุกของทีมชาติอังกฤษ (ซ้าย) และทีมชาติโมร็อกโก (ขวา)

2. การก้าวข้ามกับดักการครองบอล ผลการวิจัยยืนยันว่าการครองบอลเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ หากขาดการกระจายตัวที่ดี ข้อมูลแสดงให้เห็นว่าแมตช์ที่มีค่าเอนโทรปีต่ำมักจะมีโอกาสยิงน้อย แม้จะครองบอลได้นาน ซึ่งตรงกับนิยามการครองบอลที่เป็นหมัน (Sterile Possession) ของ Collet (2013) [2] การที่กราฟมีความชันสูงถึง 6.68 แสดงให้เห็นว่าคุณภาพของการตัดสินใจเลือกทิศทางมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพเกมรุกอย่างมาก การส่งบอลไปมาในพื้นที่ตัวยู (U-Shape) เพื่อรักษาการครองบอล ไม่ได้ช่วยเพิ่มค่าเอนโทรปีในโซนอันตราย และไม่ส่งผลบวกต่อโอกาสทำประตูเท่ากับการกล้าเสี่ยงจ่ายบอลไปยังพื้นที่ที่หลากหลาย

3. นัยสำคัญเชิงกลยุทธ์ต่อการฝึกซ้อม จากสมการเส้นตรง $y = 6.68x - 7.11$ เมื่อ y คือ จำนวนครั้งในการทำประตู ส่วน x คือ ค่าแชนนอนเอนโทรปี แสดงให้เห็นว่า หากทีมเล่นด้วยความแน่นอนจนเกินไปหรือมีรูปแบบตายตัว (ค่าเอนโทรปีต่ำเข้าใกล้ 1.0) โอกาสในการทำประตูทางทฤษฎีจะลดลงจนเกือบเป็นศูนย์ สิ่งนี้ชี้ให้เห็นถึงความจำเป็นในการปรับเปลี่ยนรูปแบบการฝึกซ้อม จากการเน้นความแม่นยำในการทำตามแผน (Execution of Set Patterns) ไปสู่การเน้นความฉลาดในการเล่น ผู้ฝึกสอนควรส่งเสริมให้ผู้เล่นมองหาทางเลือกในการส่งบอลอย่างน้อย 3 ทิศทางเสมอเมื่ออยู่ในพื้นที่สุดท้าย เพื่อรักษาค่าเอนโทรปีให้อยู่ในระดับสูง ซึ่งจะแปรเปลี่ยนเป็นโอกาสในการทำประตูที่เพิ่มขึ้นตามผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

จากผลการดำเนินงานวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างค่าเอนโทรปีของการกระจายบอลในพื้นที่สุดท้ายกับโอกาสในการทำประตู ซึ่งทำการศึกษาผ่านกลุ่มตัวอย่างการแข่งขันฟุตบอลโลก 2018 จำนวน 15 แมตช์ โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีสารสนเทศของแชนนอนร่วมกับการวิเคราะห์พิกัดทางภูมิศาสตร์ในสนาม สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ทางสถิติที่มีนัยสำคัญสูง ผลการวิจัยพบว่า ค่าแชนนอนเอนโทรปีของการกระจายบอลในพื้นที่สุดท้ายมีความสัมพันธ์เชิงบวกในระดับสูงมากกับจำนวนโอกาสในการทำประตู โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.98 และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ เท่ากับ 0.97 ซึ่งบ่งชี้ว่าความหลากหลายในการตัดสินใจส่งบอลเป็นปัจจัยหลักที่สามารถอธิบายความผันแปรของประสิทธิภาพเกมรุกได้ถึงร้อยละ 97 ผลการวิจัยนี้ยืนยันสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า ทีมที่มีรูปแบบการเล่นที่ซับซ้อนและยากต่อการคาดเดา มีแนวโน้มที่จะสร้างโอกาสจบสกอร์ได้มากกว่าทีมที่เล่นด้วยรูปแบบตายตัว

2. นัยสำคัญเชิงกลยุทธ์ งานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าความไม่แน่นอนมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับประสิทธิภาพเกมรุกในฟุตบอลสมัยใหม่ ค่าเอนโทรปีไม่ได้เป็นเพียงตัวเลขทางคณิตศาสตร์ แต่เป็นดัชนีชี้วัดที่สะท้อนถึงภาระทางปัญญา (Cognitive Load) ที่มอบให้กับผู้เล่นเกมรับฝ่ายตรงข้าม ยิ่งค่าเอนโทรปีสูง ฝ่ายรับยังต้องใช้เวลาในการประมวลผลและตัดสินใจนานขึ้น นำไปสู่ความผิดพลาดและเสียประตูในที่สุด

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีข้อจำกัดบางประการที่ควรนำไปพิจารณา ประการแรก ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษามาจากกลุ่มตัวอย่าง 15 แมตช์ในการแข่งขันฟุตบอลโลก 2018 ซึ่งเป็นทัวร์นาเมนต์ระยะสั้น ทำให้ค่าสหสัมพันธ์ที่พบอยู่ในระดับสูงมาก จึงควรเพิ่มขนาดตัวอย่างในลีกการแข่งขันระยะยาวเพื่อตรวจสอบความเสถียรของแบบจำลอง ประการที่สอง แบบจำลองปัจจุบันเป็นการวิเคราะห์ตัวแปรเดียว (Univariate Analysis) โดยยังไม่ได้ควบคุมตัวแปรแทรกซ้อน (Confounding Variables) อื่น ๆ เช่น สภาพแวดล้อมและความชื้นของสนาม กลยุทธ์เกมรับของคู่แข่ง หรือการแยกวิเคราะห์ตามช่วงเวลาครึ่งแรกและครึ่งหลัง ดังนั้นการนำไปใช้ประโยชน์จริงจึงควรพิจารณาควบคู่กับบริบททางยุทธวิธี และควรพัฒนาเป็นแบบจำลองพหุคูณ (Multivariate Model) ในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

- [1] Sumpter, D. (2016). *Soccermatics: Mathematical adventures in the beautiful game*. Bloomsbury Publishing.

- [2] Collet, C. (2013). The possession game? A comparative analysis of ball retention and team success in European and international football, 2007–2010. *Journal of Sports Sciences*, 31(2), 1–14. <https://doi.org/10.1080/02640414.2012.727455>
- [3] Farias, V. M., Fernandes, W. B., Bergmann, G. G., & Pinheiro, E. (2021). Relationship between ball possession and match outcome in UEFA Champions League. *Motricidade*, 16, 1–7. <https://doi.org/10.6063/motricidade.18382>
- [4] Duch, J., Waitzman, J. S., & Amaral, L. A. N. (2010). Quantifying the performance of individual players in a team activity. *PLoS ONE*, 5(6), Article e10937. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0010937>
- [5] Passos, P., Davids, K., Araújo, D., Paz, N., Minguéns, J., & Mendes, J. (2011). Networks as a novel tool for studying team ball sports as complex social systems. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 14(2), 170–176. <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2010.10.459>
- [6] Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3), 379–423. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338>
- [7] Cintia, P., Rinzivillo, S., & Pappalardo, L. (2015). A network-based approach to evaluate the performance of football teams. *2015 IEEE International Conference on Data Mining Workshop (ICDMW)*, 1082–1087. <https://doi.org/10.1109/ICDMW.2015.158>
- [8] Gudmundsson, J., & Wolle, T. (2014). Football analysis using spatio-temporal data. *Computers, Environment and Urban Systems*, 47, 16–27. <https://doi.org/10.1145/2424321.242441>
- [9] Clemente, F. M., Couceiro, M. S., Martins, F. M., & Mendes, R. S. (2016). The usefulness of small-sided games on soccer training. *Journal of Physical Education and Sport*, 12(1), 93–102.
- [10] Pantian, S., & Yamsuk, Y. (2025). Modeling tactical free energy and shot decision-making in professional football using spatiotemporal event data. *Journal of KPRU Science Mathematics and Technology*, 4(2), 103–111.

สมบัติผลรวมและเอกลักษณ์คาสินีสำหรับจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป

On Summation Properties and Cassini-like Identity for Generalized k - Lucas Numbers

จุฑามาส สุขแยง^{1,*}

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ 50300 ไทย

Jutamas Sookyang^{1,*}

¹Department of Mathematics and Statistics Faculty of Science and Technology Chiangmai Rajabhat University 50300 Thailand

บทคัดย่อ

จำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป เป็นส่วนขยายที่สำคัญของจำนวนลูคัสและมีความสัมพันธ์ทางโครงสร้างอย่างมากกับจำนวน k - ฟิโบนัคชี งานวิจัยนี้ นำเสนอการศึกษาเชิงวิเคราะห์เกี่ยวกับสมบัติทางพีชคณิตที่สำคัญของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ซึ่งมีลักษณะเด่น คือ โครงสร้างที่แบ่งเป็นบล็อกอย่างชัดเจน วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ คือ การนำเสนอทฤษฎีบทเอกลักษณ์คาสินีของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่าง ๆ นอกจากนี้ งานวิจัยยังได้พิสูจน์สูตรผลรวมแบบแบ่งบล็อกและแบบสะสม ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการหาผลรวมทีละ k พจน์ที่เรียงติดกันภายในบล็อกที่ m ใด ๆ ได้นำไปสู่การขยายผลลัพธ์ดังกล่าวเป็น สูตรผลรวมสะสมตั้งแต่พจน์แรกจนถึงพจน์ที่ N ใด ๆ ผลลัพธ์ที่ได้สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบปิดที่อาศัยเพียงค่าของจำนวนลูคัสดัชนี $m-1$, m และ $m+1$ เท่านั้น

คำสำคัญ : จำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป, จำนวนลูคัส, เอกลักษณ์คาสินี, สูตรผลรวม

*Corresponding author : jutamas@g.cmru.ac.th

Received : 02/04/2026 Revised : 18/05/2026 Accepted : 20/06/2026

Abstract

The generalized k - Lucas numbers represent a significant extension of the Lucas numbers and exhibit a strong structural relationship with the k - Fibonacci sequence. This research presents an analytical study of the fundamental algebraic properties of the generalized k - Lucas numbers, which characterized by a distinctive block-partitioned structure. The primary objective of this study is to introduce the theorem of Cassini's identity for the generalized k - Lucas numbers, illustrating the underlying relationships between various terms. Furthermore, this paper has also proven the block and cumulative summation formulas. By establishing the sum of k consecutive terms within any arbitrary block m leads to the extension of these results into a cumulative summation formula from the initial term up to any N^{th} term. The obtained results can be expressed in a closed form strictly in terms of the values of the Lucas numbers at indices $m-1$, m and $m+1$.

Keywords : Generalized k - Lucas numbers, Lucas numbers, Cassini's Identity, Summation formula

ที่มาและความสำคัญ

ลำดับฟีโบนัชชี และลำดับลูคัส ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางในแวดวงคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีสมบัติที่น่าสนใจและสามารถนำไปประยุกต์ในหลากหลายสาขาวิชา เช่น ทฤษฎีกลุ่ม พีชคณิตเชิงเส้น วิทยาการคอมพิวเตอร์ และฟิสิกส์ ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา มีนักคณิตศาสตร์จำนวนมากพยายามขยายแนวคิดของลำดับเหล่านี้ให้อยู่ในรูปทั่วไปเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ใหม่ ๆ ในปี 2010 Mikkawy และ Sogabe [1] ได้นำเสนอตระกูลใหม่ของจำนวน k - ฟีโบนัชชีเชิงทั่วไป ต่อมาในปี 2017 Özkan และคณะ [2] ได้ต่อยอดแนวคิดดังกล่าว โดยนิยามตระกูลใหม่ของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป และได้พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างตระกูลของจำนวน k - ฟีโบนัชชี จำนวน k - ลูคัส จำนวนฟีโบนัชชีและจำนวนลูคัส ต่อมานักคณิตศาสตร์หลายท่านได้นำโครงสร้างทางพีชคณิตดังกล่าวไปประยุกต์และต่อยอดอย่างต่อเนื่อง ยกตัวอย่างเช่น ในปี 2018 Özkan และคณะ [3] ได้ขยายขอบเขตของจำนวนในตระกูลนี้ให้อยู่ในรูปแบบของพหุนาม โดยการนิยามพหุนาม 2 - ฟีโบนัชชี ซึ่งนำไปสู่การค้นพบความสัมพันธ์อันน่าสนใจที่เชื่อมโยงกับสัมประสิทธิ์ทวินามในสามเหลี่ยมปาสคาล ในปี 2021 Taştan และคณะ [4] ได้ยกระดับการศึกษาตระกูลจำนวนเหล่านี้ไปสู่รูปแบบของพหุนามของ k - ฟีโบนัชชีทั่วไปและจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป และได้นำเสนอเอกลักษณ์คาสสินีสำหรับพหุนามดังกล่าว ในปี 2024 Singavananda และคณะ [5] ได้ทำการศึกษาแบบเจาะลึกถึงสมบัติของจำนวน k - ฟีโบนัชชีเชิงทั่วไป โดยมุ่งเน้นไปที่การหาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่าง ๆ ของ จำนวน k - ฟีโบนัชชี และตรวจสอบผลบวกและผลต่างของจำนวนเหล่านั้น ในกรณีดัชนี $kn+r$ เมื่อ $r \in \{0, 1, 2, 3\}$

แม้ว่าสมบัติเชิงพีชคณิตพื้นฐานและเอกลักษณ์คาสสินีของพหุนามของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป จะได้รับการศึกษาไปแล้ว แต่การศึกษาเกี่ยวกับเอกลักษณ์คาสสินีของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป และสูตรผลรวมของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป โดยเฉพาะการหาผลรวมในรูปแบบปิดของจำนวนนี้ยังคงมีจำกัด วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้

คือ การนำเสนอทฤษฎีบทเอกลักษณ์คาสินีของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่าง ๆ และพิสูจน์สูตรผลรวมของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป แบบแบ่งบล็อก ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่า การหาผลรวมของ k พจน์ใด ๆ ที่ติดกันในบล็อกเดียวกัน สามารถจัดให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเลขยกกำลังของจำนวนลูคัสปกติเพียงสามพจน์ได้อย่างสมบูรณ์ อีกทั้งยังนำไปสู่การขยายผลเป็นสูตรรูปแบบปิดของผลรวมสะสมตั้งแต่พจน์แรกจนถึงพจน์ที่ N ใด ๆ

ความรู้พื้นฐาน

บททวนนิยามและสมบัติพื้นฐานของจำนวนลูคัส ตลอดจนนิยามของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไปที่จะถูกนำมาใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทหลักต่อไป

บทนิยาม 2.1 [6] ให้ $n \in \mathbb{N}_0$ จำนวนลูคัส (L_n) กำหนดโดยความสัมพันธ์เวียนเกิด $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ สำหรับ $n \geq 2$ มีค่าเริ่มต้น $L_0 = 2$ และ $L_1 = 1$

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนลูคัส 10 พจน์แรก

พจน์ที่ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L_n	2	1	3	4	7	11	18	29	47	76

สูตรไบเนตสำหรับจำนวนลูคัส คือ $L_n = \alpha^n + \beta^n$ เมื่อ $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ และ $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

ทฤษฎีบท 2.2 [6] เอกลักษณ์คาสินีของจำนวนลูคัส $(L_n)^2 - L_{n-1}L_{n+1} = 5(-1)^n$

บทนิยาม 2.3 [7] ให้ L_n เป็นจำนวนลูคัส จำนวนลูคัสดัชนีลบ กำหนดโดย $L_{-n} = (-1)^n L_n$ ทำให้ได้พจน์ดัชนีลบ 10 พจน์แรก

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนลูคัสดัชนีเป็นลบ 10 พจน์แรก

พจน์ที่ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L_{-n}	2	-1	3	-4	7	-11	18	-29	47	-76

สำหรับตระกูลของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป Özkan และคณะ [2] ได้ให้นิยามไว้ ดังนี้

บทนิยาม 2.4 ให้ n และ k เป็นจำนวนธรรมชาติ โดยที่ $k \neq 0$ จะมี $m, r \in \mathbb{N}$ เพียงคู่เดียวที่ $n = mk + r$, $0 \leq r < k$ จำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ($L_n^{(k)}$) นิยามโดย

$$L_n^{(k)} = (L_{m+1})^r (L_m)^{k-r}$$

จำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป 10 พจน์แรก สำหรับ $k = 1, 2, 3$

ตารางที่ 3 แสดง จำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป 10 พจน์แรก สำหรับ $k = 1, 2, 3$

พจน์ที่ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_n^{(1)}$	2	1	3	4	7	11	18	29	47	76
$L_n^{(2)}$	4	2	1	3	9	12	16	28	49	77
$L_n^{(3)}$	8	4	2	1	3	9	27	36	48	64

จากตารางที่ 3 จะพบว่า จำนวน 1 – ลูคัสเชิงทั่วไป ($L_n^{(1)}$) คือ ลำดับลูคัส นั่นเอง

จากการวิเคราะห์บทนิยามและตารางค่าของจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป พบว่า โครงสร้างของแต่ละพจน์ถูกประกอบขึ้นจากผลคูณของจำนวนลูคัส (กรณี $k = 1$) ดังนั้น แนวคิดหลักในการดำเนินการวิจัยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์และสร้างสูตรเอกลักษณ์สำหรับจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไปกรณี $k \geq 2$ จึงอาศัยการจัดรูปทางพีชคณิตเพื่อลดทอนความซับซ้อนให้อยู่ในรูปของจำนวนลูคัส แล้วสามารถเชื่อมโยงกับสมบัติของจำนวนลูคัสที่เคยได้มีการศึกษากันอย่างแพร่หลาย และเมื่อนำมาหลักการดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับการหาผลบวกของลำดับ หรือที่เรียกว่าอนุกรมจำกัด โดยเริ่มจากแบ่งช่วงหาผลรวมพจน์ที่ละ k พจน์ จนนำไปสู่การค้นพบรูปแบบปิดที่ช่วยให้การคำนวณอนุกรมมีความกระชับและง่ายขึ้น แนวคิดนี้จึงถูกนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการพิสูจน์ทฤษฎีบทในงานวิจัยนี้

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

การนำเสนอผลการวิจัยและทฤษฎีบทใหม่ที่ค้นพบในงานวิจัยนี้มุ่งเน้นไปที่ การศึกษาคุณสมบัติทางพีชคณิตและเอกลักษณ์ของจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป ที่ได้รับการพิสูจน์และขยายผลมาจากจำนวนลูคัส ผลลัพธ์หลักที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ครอบคลุมตั้งแต่การสร้างเอกลักษณ์คาสสินีรูปแบบใหม่ ไปจนถึงการนำเสนอสูตรผลรวมแบบแบ่งบล็อกและสูตรผลรวมสะสมในรูปแบบปิดของจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป ซึ่งช่วยให้การคำนวณผลรวมของลำดับที่มีความซับซ้อนสามารถหาค่าได้โดยอาศัยเพียงจำนวนลูคัสปกติเพียงไม่กี่พจน์เท่านั้น

เอกลักษณ์หนึ่งที่มีชื่อเสียงในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ของลำดับต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นลำดับฟีโบนัชชี ลำดับลูคัส ลำดับจาโคปสทอล ฯลฯ มักมีจุดเริ่มต้นในการพิสูจน์เอกลักษณ์คาสสินีของลำดับแต่ละชนิดอยู่เสมอ ทฤษฎีต่อไปนี้จะพิสูจน์เอกลักษณ์คาสสินีของจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป

ทฤษฎีบท 3.1 เอกลักษณ์คาสสินีของจำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป

สำหรับจำนวนเต็ม $n \geq 1$ และ $k \geq 2$ จำนวน k – ลูคัสเชิงทั่วไป สอดคล้องกับความสัมพันธ์

$$(L_{kn}^{(k)})^2 - L_{kn-1}^{(k)} L_{kn+1}^{(k)} = 5(-1)^n (L_n^{(k)})^{2k-2}$$

พิสูจน์ จากนิยาม 2.4 สามารถจัดพจน์ของจำนวน k – ลูคัสให้อยู่ในรูปของจำนวนลูคัส ดังนี้

กรณีพจน์ $L_{kn}^{(k)}$ จะได้ $m = n$ และ $r = 0$

$$\text{ดังนั้น } L_{kn}^{(k)} = (L_n)^k$$

กรณีพจน์ $L_{kn-1}^{(k)}$ จะได้ $m = n-1$ และ $r = k-1$

$$\text{ดังนั้น } L_{kn-1}^{(k)} = L_{n-1}(L_n)^{k-1}$$

กรณีพจน์ $L_{kn+1}^{(k)}$ จะได้ $m = n$ และ $r = 1$

$$\text{ดังนั้น } L_{kn+1}^{(k)} = (L_n)^{k-1} L_{n+1}$$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } (L_{kn}^{(k)})^2 - L_{kn-1}^{(k)} L_{kn+1}^{(k)} &= [(L_n)^k]^2 - [L_{n-1}(L_n)^{k-1}][(L_n)^{k-1} L_{n+1}] \\ &= (L_n)^{2k} - L_{n-1} L_{n+1} (L_n)^{2k-2} \\ &= (L_n)^{2k-2} [(L_n)^2 - L_{n-1} L_{n+1}] \\ &= 5(-1)^n (L_n)^{2k-2} \quad \text{จาก ทฤษฎีบท 2.2} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } (L_{kn}^{(k)})^2 - L_{kn-1}^{(k)} L_{kn+1}^{(k)} = 5(-1)^n (L_n)^{2k-2}$$

แนวคิดของทฤษฎีบทถัดไปมาจากขั้นตอนวิธีการหารที่นิยามดัชนี $n = mk + r$ โดยให้ k คือ ขนาดของบล็อก (จำนวนพจน์ใน 1 บล็อก) m คือ หมายเลขบล็อก โดยเริ่มจากบล็อกที่ 0, 1, 2, ... และ r คือ ตำแหน่งของพจน์ภายในบล็อกนั้น ($0 \leq r \leq k-1$) ทฤษฎีบทต่อไปนี้แสดงให้เห็นว่า ผลรวมของจำนวน k - ลูคัสภายในบล็อกขนาด k พจน์ สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบปิดที่ขึ้นอยู่กับจำนวนลูคัสเพียง 3 พจน์เท่านั้น

ทฤษฎีบท 3.2 สูตรผลรวมแบบแบ่งบล็อกของลำดับ k - ลูคัสเชิงทั่วไป

ให้ $m \geq 1$ และ $k \geq 1$ เป็นจำนวนเต็ม ผลรวมของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไปในบล็อกที่ m (จำนวน k พจน์ติดกัน) สอดคล้องกับสมการ

$$\sum_{r=0}^{k-1} L_{mk+r}^{(k)} = \frac{L_m}{L_{m-1}} [(L_{m+1})^k - (L_m)^k]$$

พิสูจน์ ให้ $S_m^{(k)}$ แทนผลรวมของบล็อกที่ m จากบทนิยาม 2.1 จะได้

$$\begin{aligned} S_m^{(k)} &= \sum_{r=0}^{k-1} (L_m)^{k-r} (L_{m+1})^r \\ &= (L_m)^k + (L_m)^{k-1} (L_{m+1}) + (L_m)^{k-2} (L_{m+1})^2 + \dots + (L_m) (L_{m+1})^{k-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (L_m)[(L_m)^{k-1} + (L_m)^{k-2}(L_{m+1}) + (L_m)^{k-3}(L_{m+1})^2 + \dots + (L_{m+1})^{k-1}] \\
 &= (L_m) \left(\frac{(L_m)^k - (L_{m+1})^k}{L_m - L_{m+1}} \right) \\
 &= (L_m) \left(\frac{(L_m)^k - (L_{m+1})^k}{-L_{m-1}} \right) \quad \because L_{m+1} = L_m + L_{m-1} \\
 &= \left(\frac{L_m}{L_{m-1}} \right) ((L_{m+1})^k - (L_m)^k)
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{r=0}^{k-1} L_{mk+r}^{(k)} = \frac{L_m}{L_{m-1}} [(L_{m+1})^k - (L_m)^k]$$

ตัวอย่าง กรณี $k=3$ และพิจารณาบล็อกที่ $m=1$ นั่นคือ ดัชนี n ในบล็อกนี้เริ่มตั้งแต่ $n=1(3)+0$ ถึง $n=1(3)+2$ นั่นคือ พจน์ที่ $n=3, 4, 5$

เมื่อพิจารณาจำนวน 3 - ลูคัส ที่ละพจน์ จะได้ $L_3^{(3)} = (L_1)^3 (L_2)^0 = 1^3 \cdot 1 = 1$

$$L_4^{(3)} = (L_1)^2 (L_2)^1 = 1^2 \cdot 3 = 3$$

$$L_5^{(3)} = (L_1)^1 (L_2)^2 = 1 \cdot 3^2 = 9$$

ผลรวมบล็อกนี้ คือ $1+3+9=13$

$$\text{เมื่อใช้สูตรผลรวม จะได้ } \sum_{r=0}^2 L_{3+r}^{(3)} = \frac{L_1}{L_0} [(L_2)^3 - (L_1)^3] = \frac{1}{2} [3^3 - 1^3] = \frac{1}{2} [27 - 1] = 13$$

ตัวอย่าง ถ้าต้องการหาผลรวมของบล็อกที่ 5 ของ 100 - ลูคัส ซึ่งมีจำนวนเรียงต่อกันถึง 100 พจน์ โดยต้องหาค่าแต่ละพจน์ แต่ถ้าใช้สูตรผลรวมแบบแบ่งบล็อกในการคำนวณ จะได้ $\sum_{r=0}^{99} L_{500+r}^{(100)} = \frac{L_5}{L_4} [(L_6)^{100} - (L_5)^{100}]$ ซึ่งใช้เพียงจำนวนลูคัสเพียง 3 จำนวน ได้แก่ L_4, L_5 และ L_6 ในการหาผลรวมเท่านั้น

จากทฤษฎีบท 3.2 เราสามารถขยายผลเพื่อหาสูตรผลรวมสะสมตั้งแต่พจน์แรก $n=0$ ถึง พจน์ที่ N ใด ๆ ได้ ตามขั้นตอนวิธีการหาร ดัชนีสุดท้ายเป็น $N = Mk + R$ โดยที่ $0 \leq R < k$ เมื่อ M คือ จำนวนบล็อกเต็ม และ R คือ ตำแหน่งเศษที่เหลือในบล็อกปัจจุบัน แนวคิดในการสร้างสูตรนี้คือ แบ่งความยาวของลำดับ N ออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่

1. ส่วนที่เป็นบล็อกเต็ม ซึ่งมีตั้งแต่บล็อกที่ 0 ถึง $M-1$
2. ส่วนที่เป็นเศษของบล็อกสุดท้าย คือ บล็อกที่ M ที่มีสมาชิกเพียง $R+1$ ตัว

ทฤษฎีบท 3.3 สูตรผลรวมสะสมของลำดับ k - ลูคัสเชิงทั่วไป

สำหรับจำนวนเต็ม $N \geq 0$ และ $k \geq 1$ ให้ $N = Mk + R$ โดยที่ $0 \leq R < k$ ผลรวมของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ตั้งแต่พจน์ที่ 0 ถึง N สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$\sum_{n=0}^N L_n^{(k)} = \sum_{m=0}^{M-1} \left[\frac{L_m}{L_{m-1}} [(L_{m+1})^k - (L_m)^k] \right] + \frac{(L_M)^{k-R}}{L_{M-1}} [(L_{M+1})^{R+1} - (L_M)^{R+1}]$$

ข้อสังเกต 3.4 สูตรผลรวมในทฤษฎี 3.3 มีข้อสังเกต 2 ประการดังนี้

1. กรณีที่ $k = 1$ นั่นคือ 1 บล็อกจะมีสมาชิก 1 ตัว ซึ่งเมื่อแทนค่าในสูตรผลรวมจะได้

$$\frac{L_m}{L_{m-1}} [(L_{m+1})^1 - (L_m)^1] = \frac{L_m}{L_{m-1}} [(L_{m+1}) - (L_m)] = \frac{L_m}{L_{m-1}} (L_{m-1}) = L_m$$

2. กรณีดัชนีลบ หากขยายโดเมนของดัชนีลบ สูตรผลรวมยังคงเป็นจริง เนื่องจากลำดับลูคัสไม่มีพจน์ใดมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สูตรผลบวกซึ่งมี พจน์ L_{m-1} เป็นตัวส่วนจึงหาค่าได้เสมอ

สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาและค้นพบสมบัติใหม่ของตระกูลจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป คือ เอกลักษณ์คาสินีของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป สูตรผลรวมแบบแบ่งบล็อกของจำนวน k - ลูคัสเชิงทั่วไป ซึ่งช่วยให้สามารถคำนวณผลรวมของจำนวน k - ลูคัส k พจน์ที่อยู่ในบล็อกเดียวกันได้อย่างรวดเร็ว โดยอาศัยเพียงค่าของจำนวนลูคัสปกติที่ดัชนี $m-1$, m และ $m+1$ เท่านั้น และขยายผลจนได้ สูตรผลรวมสะสมในรูปแบบปิดตลอดช่วงดัชนีใด ๆ ที่มีความกะทัดรัดและแสดงให้เห็นถึงโครงสร้างทางพีชคณิตที่สวยงามของจำนวน k - ลูคัส

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ที่ให้การสนับสนุนสิ่งอำนวยความสะดวกและทรัพยากรสารสนเทศสำหรับการค้นคว้าวิจัยอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งขอขอบพระคุณคณาจารย์และเพื่อนร่วมงานทุกท่านที่ได้ร่วมอภิปรายและแลกเปลี่ยนมุมมองทางคณิตศาสตร์อันเป็นประโยชน์ ท้ายที่สุดนี้ ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้สละเวลาในการประเมินและให้ข้อเสนอแนะอันมีค่า ซึ่งช่วยให้บทความวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์แบบและรัดกุมมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] Mikkawy, M., & Sogabe, T. (2010). A new family of k -Fibonacci numbers. *Applied Mathematics and Computation*, 215(12), 4456–4461. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.12.069>
- [2] Özkan, E., Altun, İ., & Göçer, A. A. (2017). On relationship among a new family of k -Fibonacci, k -Lucas numbers, Fibonacci and Lucas number. *Chiang Mai Journal of Science*, 44(4), 1744–1750. <https://epg.science.cmu.ac.th/ejournal/journal-detail.php?id=8500>
- [3] Özkan, E., Taştan, M., & Aydoğdu, A. (2018). 2-Fibonacci polynomials in the family of Fibonacci numbers. *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, 24(3), 47–55. <https://doi.org/10.7546/nntdm.2018.24.3.47-55>
- [4] Taştan, M., Özkan, E., & Shannon, A. G. (2021). The generalized k -Fibonacci polynomials and generalized k -Lucas polynomials. *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, 27(2), 148–158. <https://doi.org/10.7546/nntdm.2021.27.2.148-158>
- [5] Singavananda, P., Kusa-A, H., Chakapi, S., & Denphetnong, A. (2024). On generalized Fibonacci and k -generalized Fibonacci numbers. *ICIC Express Letters*, 18(8), 801–809. <https://doi.org/10.24507/icicel.18.08.801>
- [6] Güürses, N., Şentürk, G.Y., & Yüce., S. (2022). A comprehensive survey of dual-generalized complex Fibonacci and Lucas numbers. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 40(1), 179–187. <https://doi.org/10.14744/sigma.2022.00014>
- [7] Keskin, R. (2014). Three identities concerning Fibonacci and Lucas numbers. *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, 20(5), 44–48. <https://nntdm.net/papers/nntdm-20/NNTDM-20-5-44-48.pdf>

การวิเคราะห์สีของภาพผลกาแฟเชอร์รี่โดยใช้การประมวลผลภาพและการเรียนรู้ของเครื่อง

Color Analysis of Coffee Cherry Image Using Image Processing and Machine Learning

สุรัสวดี นางแล^{1,*} และ ขจรศักดิ์ ทรงงาม¹

¹โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคำนวณ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย อำเภอเมือง จังหวัดเชียงราย 57100

Suruswadee Nanglae^{1,*} and Kachonsak Ngamsong¹

¹ Program of Mathematics and Computing Science, Faculty of Science and Technology,

Chiang Rai Rajabhat University, Muang District, Chiang Rai Province, 57100

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์และเปรียบเทียบค่าสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะต่าง ๆ ได้แก่ ระยะผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด โดยใช้การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis) และการแยกสี (Color Segmentation) ด้วยวิธี K-means Clustering ในระบบสี RGB จากผลการศึกษาพบว่า ในการวิเคราะห์ฮิสโตแกรมแสดงให้เห็นว่าค่าสีเขียว (Green) มีความสำคัญที่สุดในระยะผลดิบ แต่ลดลงอย่างมีนัยสำคัญในผลสุกและผลสุกจัด สะท้อนถึงการสลายตัวของคลอโรฟิลล์ ขณะที่ค่าสีแดง (Red) เพิ่มขึ้นในผลสุกและลดลงในผลสุกจัด สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของเม็ดสีในผลกาแฟ ส่วนค่าสีน้ำเงิน (Blue) มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด แต่ช่วยสร้างสมดุลในการวิเคราะห์ และเมื่อวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าสีแดง สีเขียว และสีน้ำเงินของทุกระยะความสุกด้วยการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS Test) พบว่าทุกคู่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 ส่วนการแยกสีด้วย K-means Clustering แสดงให้เห็นว่า การกำหนดจำนวนกลุ่ม (k) ต่างกันส่งผลต่อการแยกสีอย่างชัดเจน โดย k = 3 เหมาะสำหรับการวิเคราะห์สีหลัก และ k = 4 ให้รายละเอียดเฉดสีที่มากขึ้น การใช้เทคนิคดังกล่าวช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการระบุระดับความสุกของผลกาแฟ และสามารถนำไปใช้ในระบบอัตโนมัติในอุตสาหกรรมกาแฟเพื่อปรับปรุงกระบวนการคัดแยกได้อย่างแม่นยำ

คำสำคัญ : กาแฟเชอร์รี่, การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม, การแยกสี, การแบ่งกลุ่มเคมีน, ระบบสี RGB

*Corresponding author : SNanglae@gmail.com

Received : 07/02/2025 Revised : 09/09/2025 Accepted : 17/05/2026

Abstract

This research aimed to analyze and compare the color values of coffee cherries at different ripening stages, including unripe, ripe, and overripe stages, using histogram analysis and color segmentation with K-means clustering in the RGB color system. The results showed that histogram analysis highlighted the significance of the green color in the unripe stage, which decreased significantly in the ripe and overripe stages, reflecting the degradation of chlorophyll. Meanwhile, the red color increased in the ripe stage and decreased in the overripe stage, corresponding to pigment changes in the coffee cherries. The blue color exhibited minimal changes but contributed to the balance of the analysis. In addition, when the differences in red, green and blue values of all ripeness stages were analyzed using the Kolmogorov-Smirnov test (KS Test), all pairs were found to be significantly different at a statistical significance of 0.05. For color segmentation using K-means clustering, the number of clusters (k) significantly impacted the segmentation results. A value of k=3 was suitable for analyzing primary colors, while k=4 provided more detailed shades, enhancing the segmentation of different tones, such as lighter and darker greens in the unripe stage or purple tones in the ripe and overripe stages. These techniques effectively identified the ripeness levels of coffee cherries and could be applied to automated sorting systems in the coffee industry, improving sorting processes with greater accuracy.

Keywords: Coffee cherry, Histogram analysis, Color segmentation, K-means clustering, RGB color system

ที่มาและความสำคัญ

กาแฟเป็นหนึ่งในสินค้าเกษตรที่มีความสำคัญระดับโลก ไม่เพียงแต่ในฐานะเครื่องดื่มที่ได้รับความนิยม แต่ยังมีบทบาททางเศรษฐกิจที่สำคัญต่อประเทศผู้ผลิตและผู้บริโภคทั่วโลก ซึ่งในอุตสาหกรรมกาแฟในปัจจุบันกำลังเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มที่สำคัญ โดยได้รับอิทธิพลจากปัจจัยหลายด้าน ทั้งด้านเศรษฐกิจที่มีการแข่งขันที่สูงขึ้นทั้งในด้านคุณภาพและราคา เทคโนโลยีการผลิตที่มีความทันสมัยขึ้น พฤติกรรมผู้บริโภคที่เปลี่ยนแปลงไป ตลอดจนการเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศที่ส่งผลต่อผลผลิตของเมล็ดกาแฟ วรวิธินันท์ ชุมประเสริฐ และคณะ [1] ได้นำเสนอบทความเรื่อง “กาแฟคุณภาพ...ทางออกของเกษตรกรไทย” บนเว็บไซต์ธนาคารแห่งประเทศไทย โดยรายงานว่าทางออกที่ดีที่สุดของกาแฟไทย ไม่ใช่การขยายปริมาณ แต่เน้นขายคุณภาพ ที่เกษตรกรกำหนดราคาได้เอง ซึ่งในระยะต้นน้ำที่เกี่ยวข้องกับเกษตรกรโดยตรงนั้น การปลูกกาแฟคุณภาพทำได้โดยเริ่มต้นจากการเลือกสายพันธุ์ที่เหมาะสมและสามารถปรับตัวได้กับสภาพพื้นที่และสภาพอากาศ การใส่ใจกับการเตรียมพื้นที่ปลูก การให้น้ำ และการดูแลรักษา และการเก็บเกี่ยวเลือกเฉพาะเมล็ดที่สุกที่จะช่วยให้ได้กาแฟคุณภาพ ซึ่งปัจจุบันเกษตรกรบางส่วนยังนิยมเก็บกาแฟในลักษณะการรูดเก็บเพื่อความรวดเร็วและปริมาณที่มาก แต่จะทำให้ได้เมล็ดกาแฟที่ดิบปนสุก ดังนั้นการคัดแยกเมล็ด

กาแฟสุกออกจากเมล็ดกาแฟดิบจึงต้องอาศัยความเชี่ยวชาญในการคัดแยกเพื่อให้ได้เมล็ดกาแฟที่สุกพอดีสำหรับการแปรรูปในขั้นตอนต่อไป โดยเฉพาะในกระบวนการแปรรูปกาแฟแบบ Specialty Coffee ที่ต้องการความพิถีพิถันในทุกขั้นตอน แม้ว่าปัจจุบันจะมีการนำเทคโนโลยีและเครื่องจักรเข้ามาช่วยในกระบวนการคัดแยก แต่ในหลายพื้นที่ โดยเฉพาะฟาร์มขนาดเล็ก ยังคงใช้แรงงานคนเป็นวิธีหลักในการคัดแยกผลกาแฟที่เหมาะสมสำหรับการแปรรูป ซึ่งข้อดีของการคัดแยกโดยแรงงานคนนอกจากเป็นการความแม่นยำและความพิถีพิถันจากประสบการณ์ของผู้คัดแยกแล้วยังเป็นการช่วยสร้างงานและรายได้ให้กับคนในพื้นที่ โดยเฉพาะในชุมชนชนบทที่มีแรงงานว่างงาน แต่การใช้แรงงานคนมักเกิดความเหนื่อยล้าที่อาจทำให้คุณภาพของการคัดแยกไม่สม่ำเสมอ รวมถึงข้อจำกัดทางด้านเวลา ดังนั้นการสร้างเครื่องมือที่แสดงแถบสีระดับความสุกของผลกาแฟที่ได้มาตรฐานนั้น จะเป็นตัวช่วยในการคัดแยกโดยแรงงานคนได้เร็วขึ้น แม้ผู้คัดแยกนั้นจะไม่มี ความเชี่ยวชาญก็ตาม แต่ก็สามารถคัดแยกเมล็ดกาแฟที่มีคุณภาพได้

การสร้างแถบสีแสดงระดับความสุกของผลกาแฟสามารถทำได้โดยการวิเคราะห์สีของภาพผลกาแฟเชอร์รี่ ซึ่งสีของผลกาแฟมีความสำคัญในการประเมินคุณภาพผลกาแฟ เช่น ระดับความสุก ความเหมาะสมสำหรับการเก็บเกี่ยว หรือการประเมินคุณภาพเพื่อการแปรรูป นอกจากนี้สีของผลกาแฟมีบทบาทในการตัดสินใจเลือกวิธีการแปรรูป เช่น การแปรรูปแบบเปียก (Wet Process) เหมาะสำหรับผลที่สุกเต็มที่ (สีแดงสด) เพื่อให้ได้รสชาติที่ซับซ้อน ในขณะที่การแปรรูปแบบแห้ง (Dry Process) สามารถใช้ผลเชอร์รี่ที่มีสีหลากหลายมาแปรรูปได้ แต่ต้องคัดแยกผลที่เสียหายก่อน [2] ในการวิเคราะห์สีในระบบดิจิทัลสามารถใช้เทคโนโลยีการประมวลผลภาพ (Image Processing) หรือการเรียนรู้ของเครื่อง (Machine Learning) ช่วยตรวจจับความแตกต่างของสีได้แม่นยำยิ่งขึ้น ซึ่งการแปลงสีเป็นค่าดิจิทัลในรูปแบบ Color Models เช่น RGB, HSV หรือ Lab ทำให้สามารถวิเคราะห์ความสม่ำเสมอของสีในปริมาณมากได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ [3]

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการวิเคราะห์สีของผลกาแฟเชอร์รี่โดยเปรียบเทียบใน 3 ระยะประกอบด้วย ผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์อยู่ 2 รูปแบบ คือ 1) การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis) เพื่อทำความเข้าใจลักษณะสีในภาพโดยรวม และ 2) การแยกสี (Color Segmentation) ด้วยวิธี K-means Clustering [4]

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis) ใน 3 ระยะประกอบด้วย ผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด
2. เพื่อวิเคราะห์การแยกสี (Color Segmentation) ด้วยวิธี K-means Clustering

วิธีการดำเนินงานวิจัย

1. การเก็บรวบรวมข้อมูลและการเตรียมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการถ่ายภาพผลกาแฟเชอร์รี่และทำการคัดเลือกภาพผลกาแฟเชอร์รี่ จำนวน 3 ภาพใน 3 ระยะความสุกได้แก่ ผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด โดยผลดิบจะมีสีเขียว ระยะผลสุกจะมีสีแดงสดหรือม่วงเข้ม และระยะผลสุกจัดจะมีสีม่วงคล้ำหรือดำ ดังแสดงในภาพที่ 1 จากนั้นนำภาพมาจัดการให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันโดยการตัดภาพ (Cropping) ด้วยโปรแกรมแก้ไขภาพให้เหลือขนาด 600 x 450 พิกเซลและตัดพื้นหลัง และเก็บไฟล์ภาพในนามสกุล .png



ภาพที่ 1 ภาพ (ก.) แสดงการถ่ายภาพผลกาแฟเชอร์รี่ ภาพ (ข.) ผลกาแฟเชอร์รี่ระยะผลดิบ ภาพ (ค.) ผลกาแฟเชอร์รี่ระยะผลสุก และภาพ (ง.) ผลกาแฟเชอร์รี่ระยะผลสุกจัด

2. การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis)

การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis) ใช้เพื่อวิเคราะห์และแสดงการกระจายตัวของสีในภาพดิจิทัล ซึ่งสำหรับภาพสี (Color Image) จะวิเคราะห์สีในระบบ RGB (Red, Green, Blue) โดยใช้โปรแกรม R ดังนี้

- 1) ใช้การทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS Test) ในการวัดความแตกต่างในเชิงนัยสำคัญระหว่างฮิสโตแกรม 2 ชุดข้อมูล โดยค่าสถิติ D จะหมายถึงระยะห่างสูงสุดระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (CDF) ของข้อมูลสองชุด และหากค่า P-value น้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่ 0.05 แสดงว่า ข้อมูลสองชุดมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ [5]
 - 2) ใช้วิธี Earth Mover's Distance (EMD) ในการวัดความเหมือนในเชิงตัวเลขระหว่างฮิสโตแกรม 2 ชุดข้อมูล หากค่า EMD ต่ำ แสดงว่าฮิสโตแกรมสองอันมีความคล้ายคลึงกันมาก หากค่า EMD สูง แสดงว่าฮิสโตแกรมสองอันแตกต่างกันมาก [6]
3. การแยกสี (Color Segmentation) ด้วยวิธี K-means Clustering ซึ่งเป็นวิธีการเรียนรู้ของเครื่องที่ใช้ในการแบ่งข้อมูลออกเป็นกลุ่ม (Clusters) ซึ่งในการแยกสีจะใช้สำหรับลดจำนวนสีในภาพ โดยจัดกลุ่มพิกเซลตามความคล้ายคลึงกันของสี มีหลักการทำงานดังนี้

- กำหนดจำนวนกลุ่ม (k) โดยในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $k=3$ และ $k=4$
- สุ่มเลือกจุดศูนย์กลางเริ่มต้น (Centroids) จำนวน k จุด
- จัดกลุ่มข้อมูล (Assign Points to Clusters) โดยคำนวณระยะห่างจากแต่ละจุดข้อมูลไปยังจุดศูนย์กลาง k จุด และจัดจุดข้อมูลให้อยู่ในกลุ่มที่มีจุดศูนย์กลางที่ใกล้ที่สุด โดยใช้ Euclidean Distance
- อัปเดตจุดศูนย์กลาง (Update Centroids) ใหม่สำหรับแต่ละกลุ่ม โดยใช้ค่าเฉลี่ยของจุดข้อมูลในกลุ่มนั้น
- ทำซ้ำ (Iterate) จนกว่าจุดศูนย์กลางจะไม่เปลี่ยนแปลง หรือถึงเงื่อนไขที่กำหนด

– ผลลัพธ์ที่ได้คือ ข้อมูลทั้งหมดถูกจัดอยู่ใน k กลุ่มตามจุดศูนย์กลางที่ได้ปรับปรุงจนเสถียร

ผลการวิจัย

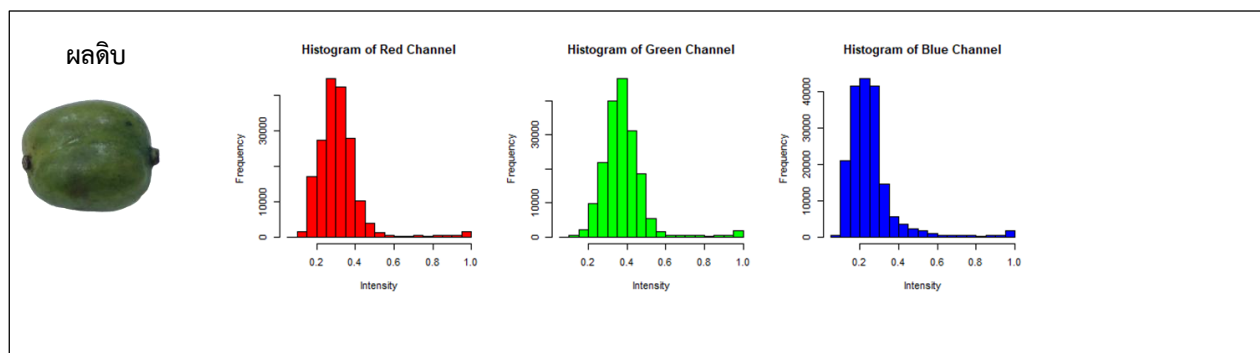
1. การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis)

จากตารางที่ 1 แสดงค่าสถิติค่าสีของภาพผลกาแฟเซอร์รี่ระยะผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด พบว่า ในระยะผลดิบค่าสีเขียวมีค่าเฉลี่ยสูงสุด รองลงมาคือสีแดงและน้ำเงิน โดยทั้ง 3 สีมีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดใกล้เคียงกัน ส่วนในระยะผลสุกค่าเฉลี่ยสีแดงเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ส่วนค่าเฉลี่ยสีเขียวลดลงอย่างชัดเจน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสีเขียวและน้ำเงินเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับผลดิบ และสุดท้ายในระยะผลสุกจัดค่าเฉลี่ยสีแดงลดลงอย่างชัดเจน เช่นเดียวกับสีเขียว ส่วนสีน้ำเงินคงที่ สำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แสดงถึงความแปรปรวนของค่าสีในแต่ละกลุ่มภาพ ซึ่งสะท้อนถึงความสม่ำเสมอของผลกาแฟ พบว่าในแต่ละระยะเพิ่มขึ้นในทุกสี จากค่าสถิติดังกล่าวจะสังเกตได้ว่า สีเขียวลดลงอย่างมีนัยสำคัญเมื่อผลเริ่มสุกและสุกจัด ซึ่งสะท้อนถึงการเปลี่ยนแปลงทางสภาพของผลที่สัมพันธ์กับการสลายของคลอโรฟิลล์ ส่วนในผลสุกและสุกจัด ความแปรปรวนของสีเขียวและน้ำเงินเพิ่มขึ้น ซึ่งอาจบ่งบอกถึงความไม่สม่ำเสมอของกระบวนการสุก ส่วนค่าเฉลี่ยสีแดงมีแนวโน้มลดลงในผลสุกจัด แต่ลดลงไม่มากเท่าสีเขียว

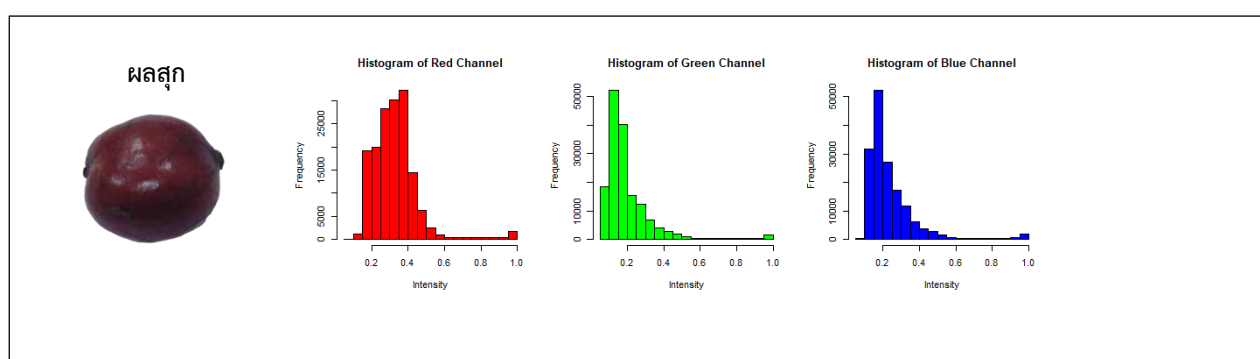
เมื่อนำค่าสีแดง สีเขียว และสีน้ำเงินในแต่ละระยะความสุกมาสร้างเป็นฮิสโตแกรม จะได้ผลดังแสดงในภาพที่ 2 ภาพที่ 3 และภาพที่ 4 ซึ่งจากภาพจะสังเกตเห็นฮิสโตแกรมของค่าสีแดง สีเขียว และสีน้ำเงินในผลดิบแตกต่างกับผลสุกและผลสุกจัดอย่างชัดเจน

ตารางที่ 1 ค่าสถิติค่าสีของภาพผลกาแฟเซอร์รี่ระยะผลดิบ ผลสุก และผลสุกจัด

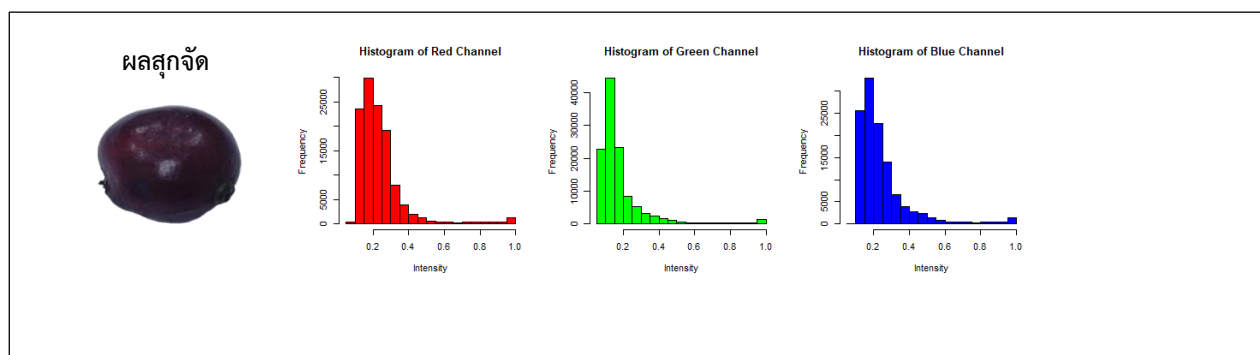
ภาพ	ค่าสี	ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด
ผลดิบ	แดง (R)	0.32	0.12	0.08	1.00
	เขียว (G)	0.38	0.11	0.10	1.00
	น้ำเงิน (B)	0.26	0.13	0.07	1.00
ผลสุก	แดง (R)	0.33	0.12	0.05	1.00
	เขียว (G)	0.20	0.14	0.06	1.00
	น้ำเงิน (B)	0.24	0.14	0.09	1.00
ผลสุกจัด	แดง (R)	0.24	0.14	0.05	1.00
	เขียว (G)	0.18	0.15	0.05	1.00
	น้ำเงิน (B)	0.24	0.15	0.09	1.00



ภาพที่ 2 ฮิสโตแกรมของค่าสีแดง สีเขียวและสีน้ำเงินของผลดิบ



ภาพที่ 3 ฮิสโตแกรมของค่าสีแดง สีเขียวและสีน้ำเงินของผลสุก



ภาพที่ 4 ฮิสโตแกรมของค่าสีแดง สีเขียวและสีน้ำเงินของผลสุกจัด

เมื่อนำฮิสโตแกรมมาจับคู่เปรียบเทียบความแตกต่างโดยการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS Test) และการวัดความเหมือนในเชิงตัวเลข (EMD) ได้ผลดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS Test) และการวัดความเหมือนด้วยวิธี Earth Mover's Distance (EMD)

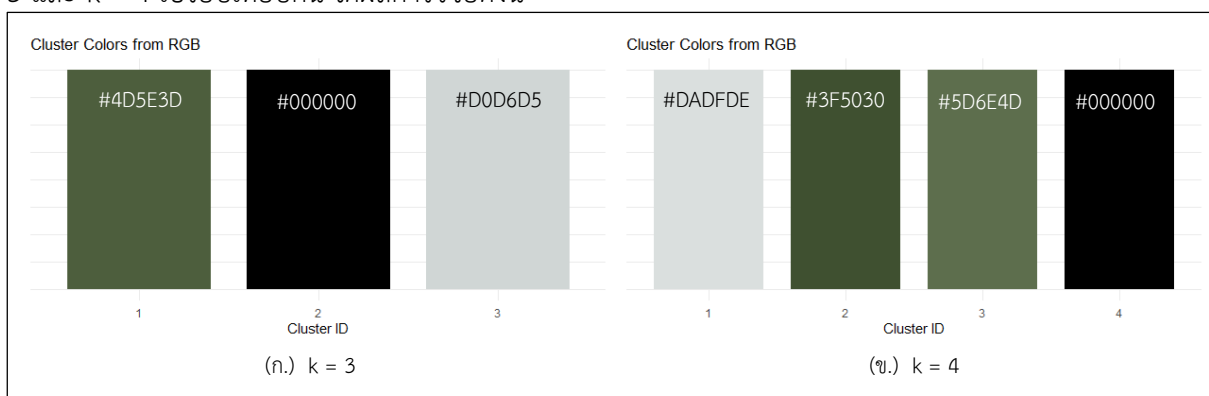
ค่าสี	คู่เปรียบเทียบ	KS Test (D-Statistic)	EMD
แดง (R)	ผลดิบ VS. ผลสุก	0.09478*	0.50710
	ผลดิบ VS. ผลสุกจัด	0.37863*	2.06770
	ผลสุก VS. ผลสุกจัด	0.29969*	1.73515
เขียว (G)	ผลดิบ VS. ผลสุก	0.50571*	2.72170
	ผลดิบ VS. ผลสุกจัด	0.57196*	3.42548
	ผลสุก VS. ผลสุกจัด	0.19013*	0.70377
น้ำเงิน (B)	ผลดิบ VS. ผลสุก	0.16348*	0.59575
	ผลดิบ VS. ผลสุกจัด	0.25910*	1.24294
	ผลสุก VS. ผลสุกจัด	0.15821*	0.64720

* หมายถึง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

จากตารางที่ 2 แสดงผลการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (KS Test) และการวัดความเหมือนในเชิงตัวเลข (EMD) ของฮิสโตแกรม พบว่าทุกคู่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 เมื่อวัดความเหมือนในเชิงตัวเลข (EMD) พบว่า ในระยะผลดิบไปหาผลสุก ค่าสีเขียวมีการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด (2.72170) และในระยะผลสุกไปหาผลสุกจัดนั้น ค่าสีแดงมีการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด (1.73515) และเมื่อเปรียบเทียบในระยะจากผลดิบไปหาผลสุกจัด พบว่าค่าสีเขียวเปลี่ยนแปลงมากที่สุด รองลงมาคือสีแดงและสีน้ำเงินตามลำดับ

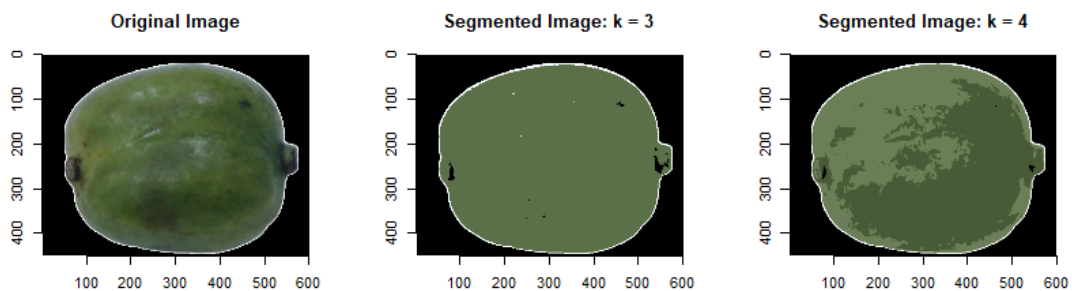
2. การแยกสี (Color Segmentation) ด้วยวิธี K-means

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการแยกสีของผลกาแฟเซอร์รี่ทั้ง 3 ระยะความสุกด้วยวิธี K-means ซึ่งกำหนดให้ $k = 3$ และ $k = 4$ เปรียบเทียบกัน ได้ผลการวิจัยดังนี้

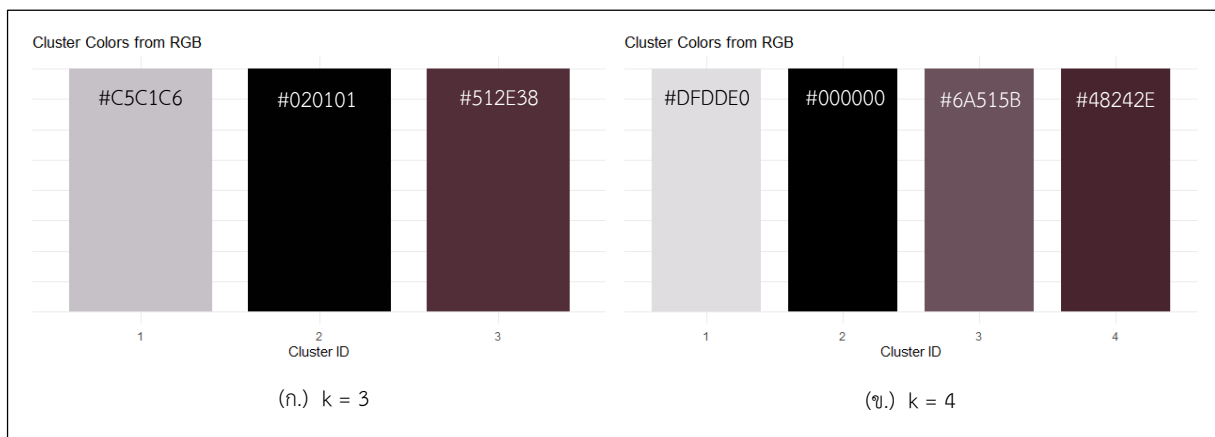


ภาพที่ 5 การแยกสีของผลกาแฟเซอร์รี่ในระยะผลดิบเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ และ $k = 4$

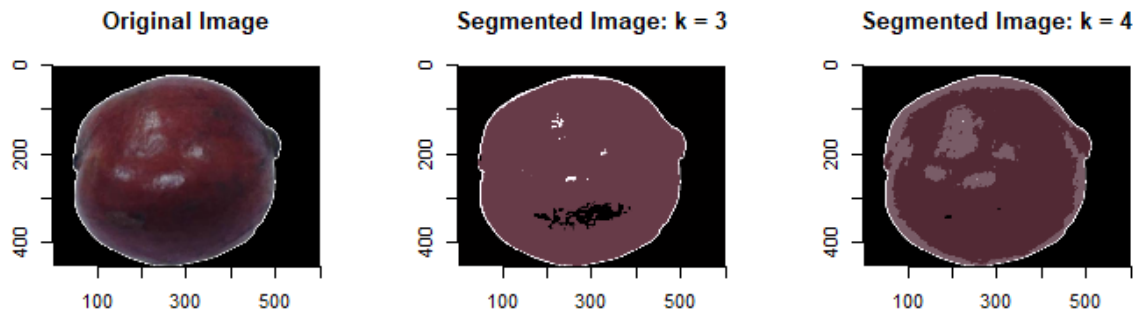
จากภาพที่ 5 (ก.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะผลดิบเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ พบว่า สีเขียวเข้ม (#4D5E3D) เป็นสีหลักของผลดิบ สีดำ (#000000) อาจเป็นเงาหรือพื้นที่มืดในภาพ และสีเทาอ่อน (#D0D6D5) อาจเป็นพื้นที่ที่ไม่ได้มาจากผลกาแฟโดยตรง ในขณะที่ภาพที่ 5 (ข.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะผลดิบเมื่อกำหนดให้ $k = 4$ พบว่า สีเทาอ่อน (#DADFDE) จะคล้ายกับกรณี $k = 3$ สีเขียวเข้ม (#3F5030) และสีเขียวอ่อนกว่า (#5D6E4D) จะแยกกลุ่มสีเขียวออกจากกันได้ละเอียดขึ้น ส่วนสีดำ (#000000) ยังคงแสดงถึงพื้นที่มืด และเมื่อนำสีที่ถูกแยกมาเปรียบเทียบกับดังแสดงในภาพที่ 6 พบว่า ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 3 กลุ่มสีหลัก สีเขียวเข้มจะครอบคลุมพื้นที่หลักของผลกาแฟ ในขณะที่สีดำแสดงถึงพื้นที่เงาหรือส่วนที่ไม่ได้รับแสง แต่ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 4 กลุ่มสีหลัก สีเขียวมีการแบ่งย่อยออกเป็นเฉดสีต่าง ๆ เช่น สีเขียวเข้มและเขียวอ่อน



ภาพที่ 6 ภาพผลกาแฟเปรียบเทียบกับระหว่างภาพดั้งเดิม ภาพที่ถูกแยกสีเป็น 3 กลุ่ม และภาพที่ถูกแยกสีเป็น 4 กลุ่มของผลดิบ

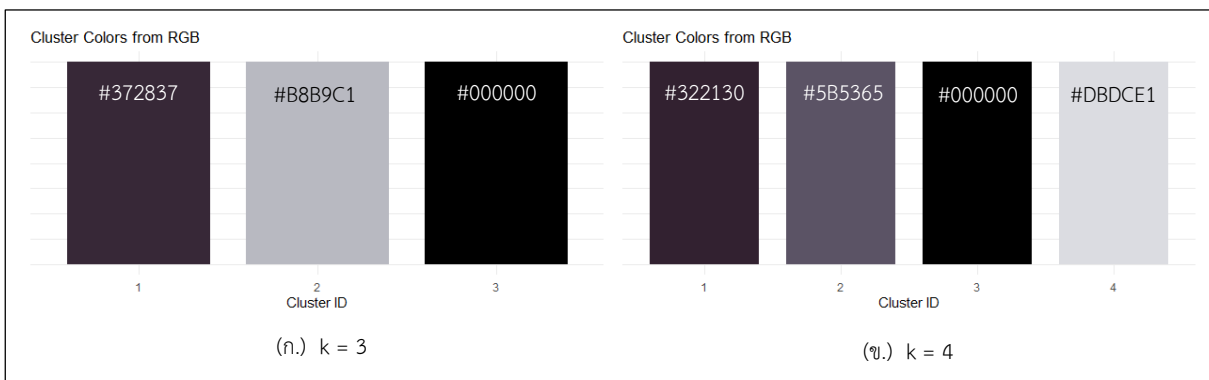


ภาพที่ 7 การแยกสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะผลสุกเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ และ $k = 4$

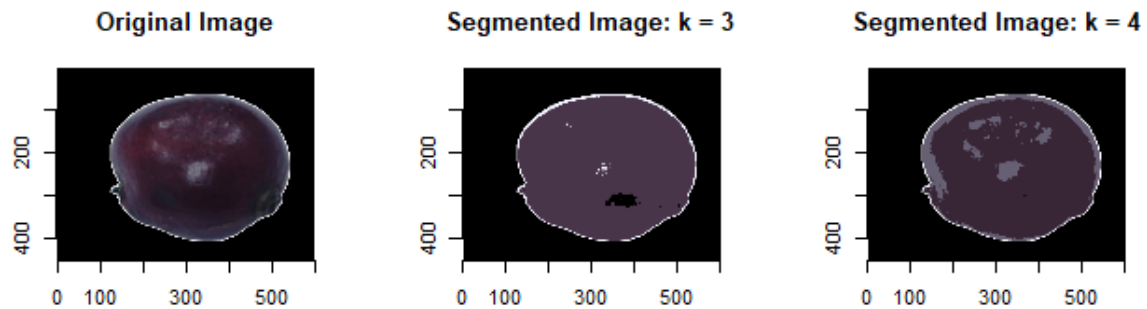


ภาพที่ 8 ภาพผลกาแฟเปรียบเทียบกันระหว่างภาพดั้งเดิม ภาพที่ถูกแยกสีเป็น 3 กลุ่ม และภาพที่ถูกแยกสีเป็น 4 กลุ่มของผลสุก

จากภาพที่ 7 (ก.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเซอร์รี่ในระยะผลสุกเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ พบว่า สีเทาอ่อน (#C5C1C6) แสดงถึงพื้นที่ที่ไม่ได้มีการสะท้อนแสงมากหรือเป็นส่วนที่ไม่ได้เด่นในผลกาแฟ สีดำ (#020101) แสดงถึงพื้นที่เงาหรือบริเวณที่มีความเข้ม และสีม่วงเข้ม (#512E38) แสดงถึงสีของผลกาแฟในระยะสุกหรือคล้ำ ในขณะที่ภาพที่ 7 (ข.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเซอร์รี่ในระยะผลสุกเมื่อกำหนดให้ $k = 4$ พบว่า สีเทาอ่อน (#DFDDE0) คล้ายกับกรณี $k = 3$ แต่มีการแสดงพื้นที่ส่วนที่สว่างชัดเจนยิ่งขึ้น สีดำ (#000000) แสดงบริเวณเงาหรือความมืดในภาพ สีม่วงอมเทา (#6A515B) เป็นเฉดสีที่เกิดขึ้นในบริเวณผลกาแฟที่เริ่มคล้ำ และสีม่วงเข้ม (#48242E) แสดงถึงพื้นที่ที่มีสีคล้ำที่สุดบนผลกาแฟ และเมื่อนำสีที่ถูกแยกมาเปรียบเทียบกับดังแสดงในภาพที่ 8 พบว่า ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 3 กลุ่มสีหลัก สีม่วงเข้มครอบคลุมพื้นที่ส่วนใหญ่ของผลกาแฟ ในขณะที่สีดำปรากฏในบริเวณเงาและพื้นที่ที่เข้มมาก แต่ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 4 กลุ่มสีหลัก สีม่วงเข้มยังคงครอบคลุมพื้นที่หลักแต่ถูกแบ่งย่อยให้ละเอียดขึ้น สีม่วงอ่อนแยกออกมาชัดเจนจากโทนเข้มในพื้นที่ที่มีแสงสะท้อนหรือโครงสร้างผิวที่ต่างกัน



ภาพที่ 9 การแยกสีของผลกาแฟเซอร์รี่ในระยะผลสุกจัดเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ และ $k = 4$



ภาพที่ 10 ภาพผลกาแฟเปรียบเทียบกับระหว่างภาพดั้งเดิม ภาพที่ถูกแยกสีเป็น 3 กลุ่ม และภาพที่ถูกแยกสีเป็น 4 กลุ่ม ของผลสุกจัด

จากภาพที่ 9 (ก.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะผลสุกจัดเมื่อกำหนดให้ $k = 3$ พบว่า สีม่วงเข้ม (#372837) แสดงถึงพื้นที่ส่วนใหญ่ของผลกาแฟที่มีสีเข้ม สีเทาอ่อน (#B8B9C1) เป็นเฉดสีอ่อนที่เกิดจากพื้นที่สะท้อนแสงหรือส่วนที่มีความแตกต่างเล็กน้อยในผิวผล สีดำ (#000000) เป็นบริเวณเงาหรือพื้นที่ที่มีความเข้มสูง ในขณะที่ภาพที่ 7 (ข.) แสดงผลการแยกสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะผลสุกจัดเมื่อกำหนดให้ $k = 4$ พบว่า สีม่วงเข้ม (#322130) ครอบคลุมพื้นที่หลักของผลกาแฟ สีม่วงอ่อนกว่า (#5B5365) เพิ่มความละเอียดในโทนม่วงบริเวณผิวผล สีดำ (#000000) ยังคงแสดงพื้นที่เงาหรือบริเวณเข้มที่สุด และสีเทาอ่อน (#DBDCE1) ช่วยแยกส่วนที่สะท้อนแสงหรือพื้นที่ที่แตกต่างจากสีเข้มได้ชัดเจนขึ้น และเมื่อนำสีที่ถูกแยกมาเปรียบเทียบกับดังแสดงในภาพที่ 10 พบว่า ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 3 กลุ่มสีหลัก สีม่วงเข้มยังคงครอบคลุมพื้นที่หลักของผลกาแฟ แต่ถ้าภาพถูกแยกออกเป็น 4 กลุ่มสีหลัก สีม่วงเข้มยังคงเป็นสีหลักของผลกาแฟและมีสีม่วงอ่อนกว่าช่วยเพิ่มความละเอียดในโทนสีม่วงและแยกเฉดสีออกจากส่วนที่คล้ำ

สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์และเปรียบเทียบค่าสีของผลกาแฟเชอร์รี่ในระยะต่าง ๆ ได้แก่ ผลดิบ, ผลสุก, และผลสุกจัด โดยใช้การวิเคราะห์ฮิสโตแกรม (Histogram Analysis) และการแยกสี (Color Segmentation) ด้วย K-means Clustering ในระบบสี RGB โดยผลการวิเคราะห์ฮิสโตแกรมแสดงให้เห็นว่า ค่าสีเขียว (Green) มีความสำคัญที่สุดในระยะผลดิบ แต่ลดลงอย่างมีนัยสำคัญในผลสุกและสุกจัด สะท้อนถึงการสลายของคลอโรฟิลล์ ค่าสีแดง (Red) มีการเพิ่มขึ้นในผลสุกและลดลงในผลสุกจัด ซึ่งสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของเม็ดสีในผลกาแฟ ส่วนค่าสีน้ำเงิน (Blue) มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด แต่ช่วยสร้างความสมดุลในการวิเคราะห์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศศิน เทียนดี และคณะ [7] ที่นำเสนอวิธีการคัดแยกความสุกดิบของกล้วย 3 สายพันธุ์ (กล้วยไข่, กล้วยหอมทอง, กล้วยน้ำว้า) ด้วยการเรียนรู้ของเครื่อง (Machine Learning) โดยใช้ค่าสีในระบบ RGB โดยให้ข้อสรุปไว้ว่า ค่าสีของเปลือกกล้วยในระบบสี RGB สามารถนำมาใช้ในการแบ่งแยกความสุกดิบของกล้วยได้ จะเห็นได้ว่าการวิเคราะห์สีด้วย Histogram Analysis ช่วยให้เข้าใจการกระจายตัวของสีในภาพผลกาแฟ โดยเฉพาะการเปลี่ยนแปลงที่สัมพันธ์กับกระบวนการทางชีวภาพ เช่น การสลายตัวของคลอโรฟิลล์และการสะสมของเม็ดสี เป็นต้น นอกจากนี้การใช้

Histogram Analysis ยังช่วยเรื่องความแม่นยำในการค้นหาภาพที่มีความเกี่ยวข้องกับภาพที่ต้องการค้นหา โดยพิจารณาจากวัตถุหรือหมวดหมู่ที่ คล้ายคลึงกัน (Image Retrieval) ได้อีกด้วย [8] ส่วนการแยกสี (Color Segmentation) ด้วย K-means Clustering เมื่อกำหนดจำนวนกลุ่ม (k) ที่ต่างกัน พบว่า การกำหนดจำนวนกลุ่ม (k) ต่างกันส่งผลต่อการแยกสี โดย $k = 3$ เหมาะสำหรับวิเคราะห์ภาพในระดับพื้นฐาน โดยเน้นเฉพาะสีหลัก ในขณะที่ $k = 4$ ให้ความละเอียดมากขึ้น แสดงความแตกต่างของเฉดสี เช่น การแบ่งสีเขียวเป็นเฉดเขียวอ่อนและเขียวเข้มใน ระยะผลดิบ หรือแยกโทนม่วงในระยะสุกและสุกจัด แสดงให้เห็นว่า การแยกสีด้วย K-means Clustering มีความ ยืดหยุ่นและสามารถปรับให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์การใช้งาน โดยค่า k ที่เพิ่มขึ้นจะช่วยให้การแยกเฉดสีมีความ ละเอียดมากขึ้น [9]

จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการใช้เทคนิคทั้งสองสามารถระบุระดับความสุกและความเปลี่ยนแปลงของค่าสี ในผลกาแฟได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถนำไปใช้ในระบบอัตโนมัติเพื่อการคัดแยกผลกาแฟในอุตสาหกรรมได้ [10] ซึ่งข้อได้เปรียบของทั้งสองวิธีคือการลดความซับซ้อนของกระบวนการคัดแยกผลกาแฟแบบดั้งเดิมที่อาศัย แรงงานคน และสามารถช่วยเพิ่มความแม่นยำในระบบอัตโนมัติ อย่างไรก็ตามพบว่าข้อจำกัดที่สำคัญของการวิจัยนี้คือ ความไวของระบบ RGB ต่อแสงและเงาในภาพ ซึ่งอาจส่งผลต่อค่าความถูกต้องในการจำแนกสี และการระบุระดับความ สุกในสถานการณ์จริงที่มีความหลากหลายมากขึ้น เช่น ผลที่อยู่ในระยะ “กึ่งดิบกึ่งสุก” หรือเมล็ดที่มีตำหนิที่ผิว ซึ่งการ กำหนดค่า $k = 4$ มีแนวโน้มช่วยเพิ่มความละเอียดในการแยกเฉดสีเหล่านี้ และอาจมีประโยชน์ในบริบทการใช้งาน ภาคสนาม และในอนาคตควรพัฒนาแบบจำลองที่สามารถประเมินความแม่นยำในแต่ละระดับความสุก รวมถึงนำเสนอ แนวทางการใช้งานในสายการผลิตจริง เช่น การใช้กล้องพร้อมระบบประมวลผลแบบ Edge หรือ AI บนอุปกรณ์พกพา เพื่อให้สามารถใช้งานได้ทั้งในโรงงานและฟาร์มของเกษตรกรรายย่อยได้อย่างเหมาะสมและยั่งยืน

เอกสารอ้างอิง

- [1] วรวิทย์นันท์ ชุมประเสริฐ, นุชนารถ คุประเสริฐ, อาทร เจียมเด่นงาม และ อภิษฎา ศรีรัตน์. (2563). กาแฟคุณภาพ... ทางออกของเกษตรกรไทย. Regional Letter, ฉบับที่ 2/2563. จาก <https://www.bot.or.th/th/research-and-publications/articles-and-publications/articles/regional-articles/reg-article-2020jun02.html>
- [2] Winston, E., Marsh, T., Lempke, H. and Chapman, K. (2005). Arabica coffee manual for Lao-PDR. FAO Regional Office for Asia and the Pacific. From: <https://www.fao.org/4/ae939e/ae939e00.htm#Contents>
- [3] นพรุจ พัฒนสาร และ ณัฐวุฒิ ศรีวิบูลย์. (2020). การประมวลผลภาพสำหรับการจำแนกคุณภาพมะม่วงพันธุ์โชคนันต์โดยการจำลองการมองเห็นของมนุษย์ด้วยวิธีการเรียนรู้เชิงลึก. Journal of Information Science and Technology, 10(1), 24-29.
- [4] พิมพ์ ชีวาประกอบกิจ. (2019). การปรับปรุงประสิทธิภาพในการจำแนกภาพด้วยโครงข่ายประสาทแบบคอนโวลูชันโดยใช้เทคนิคการเพิ่มภาพ. Journal of Engineering and Technology, 7(1), 59-64.
- [5] Demidenko, E. (2004). Kolmogorov-Smirnov Test for Image Comparison. Computational Science and Its Applications – ICCSA 2004, Lecture Notes in Computer Science, vol 3046. Springer, Berlin, Heidelberg.

- [6] Won, K.H., Jung, S.K. (2011). Localized Earth Mover's Distance for Robust Histogram Comparison. Computer Vision – ACCV 2010, Lecture Notes in Computer Science, vol 6492. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [7] ศศิน เทียนดี, สุนันฐา ไวยัญญะกรรม, ปรีวี วงศ์สวัสดิ์สุริยะ และ อรอุมา พงษ์โมต. (2563). การคัดแยกความสุกดิบของกล้วยด้วยการเรียนรู้ของเครื่อง. การประชุมวิชาการ ครั้งที่ 4 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา วันที่ 28 สิงหาคม พ.ศ. 2563 ณ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา จังหวัดชลบุรี.
- [8] Singh, S. M., (2012). Image Retrieval based on the Combination of Color Histogram and Color Moment. International Journal of Computer Applications, 58(3), 27-34.
- [9] Myagmarsuren, S. (2024). Exploring the Use of Silhouette Score in K-Means Clustering for Image Segmentation. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), 13(4).
- [10] ศิริเรือง พัฒน์ช่วย, อาทิตย์ อยู่เย็น และ มหศักดิ์ เกตุฉ่า. (2565). การจำแนกความสุกของผลกาแฟด้วยการประมวลผลภาพปริภูมิสี. วารสารวิชาการเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและวิศวกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม , 4(3), 369-381.

การพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด

Development of a Class Attendance System Using QR Code Technology

ตฤณจรรย์ คำภีระยศ¹ และ กীরศักดิ์ พะยะ^{1,*}

¹สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

จังหวัดกำแพงเพชร 62000

Trinnajorn Kampirayos¹ and Keerasak Paya^{1,*}

¹Department of Computer Science, Faculty of Science and Technology, Kamphaeng Phet

Rajabhat University, Kamphaeng Phet 62000

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนโดยใช้เทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด ภายใต้กรอบแนวคิด วงจรการพัฒนาระบบ (System Development Life Cycle: SDLC) ร่วมกับหลักการวิเคราะห์และออกแบบระบบ และ แผนภาพกระแสข้อมูล (Data Flow Diagram: DFD) ระบบถูกพัฒนาด้วยภาษา PHP และใช้ระบบฐานข้อมูล MySQL สำหรับการจัดเก็บและประมวลผลข้อมูล เพื่อเพิ่มความถูกต้องของการตรวจสอบการเข้าเรียน ได้มีการบูรณาการ Google Maps API เพื่อเปรียบเทียบพิกัดจากระบบกำหนดตำแหน่งบนโลก (Global Positioning System: GPS) กับ ตำแหน่งห้องเรียนที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ส่งผลให้สามารถจำกัดพื้นที่ในการลงทะเบียนเช็คชื่อได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ ระบบยังรองรับการแจ้งเตือนแบบเรียลไทม์ผ่านแอปพลิเคชันไลน์ โดยใช้ LINE Messaging API ระบบได้รับการออกแบบให้รองรับผู้ใช้งาน 3 ระดับ ได้แก่ ผู้ดูแลระบบ ผู้สอน และผู้เรียน โดยผู้ดูแลระบบสามารถจัดการข้อมูล ผู้ใช้งานและตารางการเรียนการสอนได้ ผู้สอนสามารถควบคุมการเปิดการเรียนการสอนและอนุมัติการลา ส่วนผู้เรียน สามารถเช็คชื่อเข้าเรียนผ่านการสแกนคิวอาร์โค้ด ผลการประเมินระบบจากแบบสอบถามความพึงพอใจของผู้ใช้งาน ครอบคลุม 4 ด้าน ได้แก่ ความต้องการของระบบ การทำงานของระบบ การใช้งานของระบบ และความปลอดภัยของระบบ พบว่าความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.62 (S.D. = 0.48) และทุกด้านมีระดับความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุดเช่นเดียวกัน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าระบบที่พัฒนาขึ้นสามารถตอบสนองความต้องการของผู้ใช้งาน และช่วยเพิ่มประสิทธิภาพ ความน่าเชื่อถือ และความปลอดภัยของการบริหารจัดการการเข้าเรียนใน สถาบันการศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

*Corresponding author : keerasak@kpru.ac.th

Received : 17/01/2026 Revised : 25/05/2026 Accepted : 14/06/2026

คำสำคัญ : ระบบเช็คชื่อเข้าเรียน, คิวอาร์โค้ด, SDLC, GPS, LINE Messaging API

Abstract

This research aimed to develop a class attendance system using QR code technology based on the System Development Life Cycle (SDLC) framework, together with systems analysis and design principles and Data Flow Diagrams (DFD). The system was developed using the PHP programming language and a MySQL database for data storage and processing. To enhance the accuracy of attendance verification, the Google Maps API was integrated to compare Global Positioning System (GPS) coordinates with predefined classroom locations, enabling the system to appropriately restrict the attendance registration area. In addition, the system supports real-time notifications through the LINE application by utilizing the LINE Messaging API. The system was designed to support three user roles: administrators, instructors, and students. The administrator is responsible for managing user information and class schedules. The instructor can control class session activation and approve leave requests, while the student can record attendance by scanning QR codes. System evaluation was conducted using a user satisfaction questionnaire covering four dimensions: system requirements, system functionality, system usability, and system security. The results indicated that overall user satisfaction was at the highest level, with a mean score of 4.62 (S.D. = 0.48). All evaluation dimensions were also rated at the highest level. The research findings demonstrate that the developed system effectively meets user requirements and enhances the efficiency, reliability, and security of attendance management in educational institutions.

Keywords : Class attendance system, QR code technology, SDLC, GPS, LINE Messaging API

ที่มาและความสำคัญ

ในยุคปัจจุบันเทคโนโลยีระบบสารสนเทศมีบทบาทในทุกด้านของชีวิต มีทั้งการจัดการข้อมูลต่าง ๆ และการยืนยันตัวตนที่ทันสมัยมากขึ้น และหนึ่งในเทคโนโลยีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายนั้นคือระบบคิวอาร์โค้ด (QR Code) หรือ Quick response code ซึ่งพัฒนามากจากบาร์โค้ด (Bar code) เพื่อให้อ่านง่ายและเร็วต่อการตอบสนอง ประกอบด้วยชิ้นส่วนโมดูลรูปสี่เหลี่ยมสีขาว ดำเรียงตัวกันในสัณฐานสี่เหลี่ยม สามารถอ่านด้วยการสแกนคิวอาร์โค้ดผ่านเครื่องอ่านหรือสมาร์ทโฟนที่มีกล้อง และแอปพลิเคชันสำหรับการอ่านหรือถอดรหัสคิวอาร์โค้ด ซึ่งข้อมูลที่ได้จะถูกแปลงให้เป็นรหัสหรือข้อมูลชนิดตัวอักษร หรือตัวเลขที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดเก็บข้อมูลได้หลากหลาย มีการนำคิวอาร์โค้ดมาประยุกต์ใช้ทั้งใน งานทางธุรกิจ อุตสาหกรรม การศึกษา ซึ่งสามารถเก็บข้อมูลที่อยู่วีเบไซต์ เบอร์โทรศัพท์ ข้อความ วิดีโอ หรือรูปแบบอื่น ๆ ได้อีกหลากหลายรูปแบบที่ต้องการตามขนาดและรูปแบบของข้อมูล [1] อย่างไรก็ตามในสถานศึกษาบางแห่งเริ่มมีการนำระบบเช็คชื่อด้วยคิวอาร์โค้ดนำมาปรับใช้แล้ว แต่ยังพบข้อจำกัด คือไม่

สามารถควบคุมพื้นที่ที่ผู้ใช้งานสแกนได้ ทำให้สามารถเช็คชื่อจากที่ใดก็ได้ แม้ไม่ได้อยู่ในห้องเรียนจริง ส่งผลให้ข้อมูลการเช็คชื่อขาดความน่าเชื่อถือ ทางผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาระบบเช็คชื่อที่ใช้การสแกนคิวอาร์โค้ดพร้อมกับการป้องกันการเช็คชื่อนอกพื้นที่ โดยกำหนดตำแหน่งที่สามารถเช็คชื่อได้เพื่อศึกษาและค้นหาแนวทางการเช็คชื่อเข้าเรียนที่มีความสะดวกและรวดเร็ว รวมถึงมีความน่าเชื่อถือ[2] ซึ่งได้ทำการระบบติดตามและวิเคราะห์การเข้าชั้นเรียนของนักเรียนกลุ่มเสี่ยงระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพวิทยาลัยอาชีวศึกษาสุโขทัย โดยใช้การระบุตำแหน่งที่ตั้งแบบเรียลไทม์ ระบบสามารถคัดกรองและวิเคราะห์ข้อมูลการเข้าเรียนของนักเรียน เพื่อช่วยให้ครูที่ปรึกษาสามารถติดตามและให้คำปรึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การทำงานของระบบจะมีการตรวจสอบตำแหน่งของผู้เรียนผ่านระบบจีพีเอส (GPS) หรือ (Global Positioning System) ก่อนอนุญาตให้ทำการเช็คชื่อได้ หากผู้ใช้งานอยู่นอกพื้นที่ที่กำหนด ระบบจะไม่อนุญาตให้เช็คชื่อสำเร็จ ซึ่งช่วยให้ข้อมูลการเช็คชื่อมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น และยังสามารถนำไปต่อยอดและใช้งานในกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่ต้องการความแม่นยำในการตรวจสอบการเข้าร่วมได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยระบบเช็คชื่อเข้าเรียนดังกล่าวจะทำงานควบคู่กับเว็บแอปพลิเคชันที่ถูกพัฒนาด้วยภาษา PHP และมีการจัดเก็บข้อมูลในระบบฐานข้อมูล MySQL ซึ่งระบบได้แบ่งผู้ใช้งานออกเป็นทั้ง 3 ส่วน คือผู้ดูแลระบบ ผู้สอน และผู้เรียน โดยผู้ดูแลระบบสามารถจัดการข้อมูลพื้นฐานต่าง ๆ เช่น ข้อมูลของผู้ใช้งานข้อมูลของตารางสอนที่ใช้ในการเรียนการสอน ในส่วนของผู้สอนสามารถจัดการเปิดการเรียนการสอนคาบเรียน และสามารถตรวจสอบการเข้าเรียนของผู้เรียนได้ รวมทั้งสามารถจัดการอนุมัติการลาของผู้เรียน และในส่วนของผู้เรียนสามารถสแกนคิวอาร์โค้ดเข้าสู่ระบบของเว็บแอปพลิเคชันเพื่อทำการเช็คชื่อเข้าเรียน รวมทั้งตรวจสอบการเข้าเรียนของตัวเองได้ด้วย[2] ซึ่งได้พัฒนาระบบติดตามพฤติกรรมกรรมการเข้าห้องเรียนด้วยคิวอาร์โค้ด กรณีศึกษาวิทยาลัยครูปากเซ โดยใช้ภาษา PHP และสร้างฐานข้อมูลโดยใช้ MySQL ระบบแบ่งผู้ใช้ออกเป็น 4 กลุ่ม คือ ผู้ดูแลระบบ เจ้าหน้าที่ อาจารย์ นักศึกษา และระบบเช็คชื่อเข้าเรียนดังกล่าวยังมีการใช้แอปพลิเคชันไลน์โดยใช้เทคโนโลยีไลน์แมสเสจจิงเอพีไอ (Line Messaging API) ในการพัฒนา เพื่อแจ้งเตือนการเข้าเรียนของผู้เรียน หรือสรุปจำนวนผู้ขาดเรียนในรายวิชาให้กับแก่ผู้สอนเพื่อติดตามและแก้ไขปัญหาการเข้าเรียนของนักศึกษาได้[3] ซึ่งได้ประยุกต์ใช้เทคโนโลยีคิวอาร์โค้ดและแอปพลิเคชันไลน์ในการปรับปรุงกระบวนการภายในองค์กร ด้วยข้อความแจ้งเตือนผ่านไลน์[4] ได้ทำการพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนผ่านแอปพลิเคชันไลน์ โดยมีใช้แอปพลิเคชันในการแจ้งเตือนนักศึกษา

วิธีการดำเนินการวิจัย

1. รูปแบบการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยและพัฒนา (Research and Development: R&D) มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนโดยใช้เทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด และประเมินความพึงพอใจต่อระบบ โดยใช้แนวคิด วงจรการพัฒนาแบบ (System Development Life Cycle: SDLC) เป็นกรอบดำเนินงาน เพื่อให้การพัฒนาเป็นขั้นตอน มีเอกสารกำกับ และตรวจสอบย้อนกลับได้[5] ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การวิเคราะห์ความต้องการ การออกแบบระบบ การพัฒนาระบบ การทดสอบระบบ และการนำไปใช้งานจริง

2. กรอบแนวคิดและขั้นตอนตาม SDLC

การพัฒนาาระบบแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอนหลักตาม SDLC ได้แก่

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์ความต้องการของระบบ (Requirements Analysis)

1) ศึกษาปัญหาและกระบวนการเช็คชื่อเดิม เช่น ความล่าช้า ความผิดพลาด การลงชื่อแทน และภาระงานผู้สอน

2) เก็บรวบรวมความต้องการ (Requirement Elicitation) จากผู้ใช้งาน 3 กลุ่ม ได้แก่

2.1 ผู้ดูแลระบบ ต้องการจัดการผู้ใช้ รายวิชา ตารางสอน และห้องเรียน

2.2 ผู้สอน ต้องการเปิดคาบเรียน สร้าง แสดง QR อนุมัติลา และดูรายงาน

2.3 ผู้เรียน ต้องการสแกน QR เช็คชื่อได้รวดเร็ว ตรวจสอบสถานการณ์เข้าเรียนได้

3) จัดทำข้อกำหนดเชิงหน้าที่ (Functional Requirements) ได้แก่

3.1 สร้าง QR Code เฉพาะคาบเรียน (session)

3.2 ตรวจสอบพิกัด GPS ของผู้เรียนอยู่ในพื้นที่ห้องเรียนก่อนบันทึก

3.3 แจ้งเตือนผ่าน LINE เมื่อเช็คชื่อ ขาด สาย หรือเมื่อผู้สอนเปิดคาบเรียน

3.4 จัดทำข้อกำหนดไม่เชิงหน้าที่ (Non-functional Requirements) เช่น ความปลอดภัย

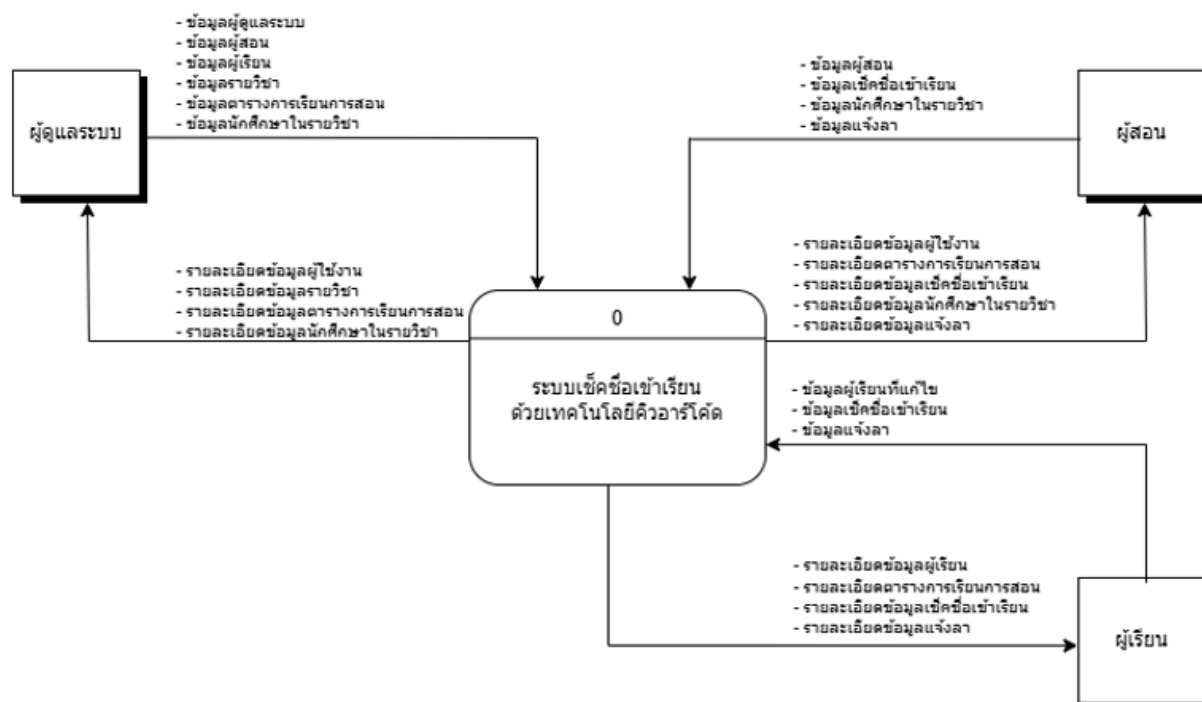
ความถูกต้อง ความพร้อมใช้งาน และการบันทึกล็อก (Log)

ขั้นที่ 2 การออกแบบระบบ (System Design)

การออกแบบระบบใช้แนวคิดการวิเคราะห์และออกแบบเชิงโครงสร้าง โดยใช้ แผนภาพกระแสข้อมูล (DFD) เพื่อแสดงการไหลของข้อมูลระหว่างผู้ใช้ กระบวนการ และฐานข้อมูล ตามแนวทาง[6]

1) ออกแบบ DFD ระดับบริบท (Context Diagram)

ผู้มีส่วนได้ส่วนเสียจำนวน 3 กลุ่ม ได้แก่ ผู้ดูแลระบบ ผู้สอน และผู้เรียน และมีกระแสการเข้าออกข้อมูล เช่น ข้อมูลผู้ใช้ ตารางเรียน ผลเช็คชื่อ รายงาน และการแจ้งเตือน เป็นต้น



ภาพที่ 1: แผนภาพแสดงการไหลเวียนของข้อมูลของแต่ละผู้ใช้งานผ่านกระบวนการทำงาน

2) ออกแบบ DFD Level 0-1

2.1 จัดการข้อมูลพื้นฐาน (ผู้ใช้ รายวิชา ห้องเรียน ตารางสอน)

2.2 เปิดคาบเรียน/สร้าง QR

2.3 เช็ชชื่อด้วยการสแกน QR และตรวจสอบ GPS

2.4 จัดการการลา/อนุมัติลา

2.5 รายงานสรุปการเข้าเรียน

2.6 ส่งแจ้งเตือน LINE

3) ออกแบบฐานข้อมูล (Database Design) บน MySQL

3.1 ออกแบบ ERD และกำหนดตารางสำคัญ เช่น Users, Roles, Courses, Sections, Timetable, Classroom, Attendance, LeaveRequest, QRSession, LineToken/LineUser

3.2 กำหนด Primary Key/Foreign Key และข้อจำกัดข้อมูลเพื่อความถูกต้อง[7]

4) ออกแบบส่วนติดต่อผู้ใช้ (UI) ตามบทบาท

4.1 ผู้ดูแลระบบ มีหน้าจัดการผู้ใช้ ตารางสอน และห้องเรียน (การกำหนดพิกัดห้องและรัศมี)

4.2 ผู้สอน มีหน้าสร้าง session แสดง QR อนุมัติลา และรายงาน

4.3 ผู้เรียน มีหน้าสแกน ส่งพิกัด และดูสถานะ

5) ออกแบบความปลอดภัยเบื้องต้น

5.1 การยืนยันตัวตน (Authentication) และกำหนดสิทธิ์ (Authorization)

5.2 ความคุมอายุของ QR (QR session มีเวลาเริ่ม-หมดอายุ) ลดการนำภาพไปสแกนซ้ำ

5.3 บันทึกล็อก (Log) กิจกรรมสำคัญเพื่อการตรวจสอบย้อนหลัง

ขั้นที่ 3 การพัฒนาระบบ (Implementation/Development)

พัฒนาระบบในรูปแบบเว็บแอปพลิเคชันด้วย PHP[8] เชื่อมต่อฐานข้อมูล MySQL[9]เชื่อม API ภายนอก ได้แก่ Google Maps API และ LINE Messaging API

3.1 การพัฒนาโมดูลหลัก

3.1.1 โมดูลผู้ดูแลระบบ (Admin Module)

1) เพิ่ม แก้ไข ลบข้อมูลสิทธิ์ของผู้ใช้

2) เพิ่มข้อมูลรายวิชา กลุ่มเรียน ตารางสอน

3) จัดการห้องเรียน บันทึกพิกัด (lat, lng) และรัศมีพื้นที่อนุญาต

3.1.2 โมดูลผู้สอน (Teacher Module)

1) เปิดการเรียนการสอน (สร้าง session)

2) ระบบสร้าง QR Code แบบเฉพาะคาบ โดยกำหนดข้อมูลรหัสเฉพาะตัวที่เว็บไซต์เวอร์สร้างให้ผู้ใช้แต่ละคน รหัสวิชา และเวลาเริ่ม-หมดอายุ

3) อนุมัติการลา และปรับปรุงสถานะในฐานข้อมูล

3.1.3 โมดูลผู้เรียน (Student Module)

1) สแกน QR แล้วส่งข้อมูลค่า session ตัวตนผู้เรียน และพิกัด GPS

2) ระบบตรวจสอบเงื่อนไขก่อนบันทึก เช่น ภายในเวลาที่กำหนด และอยู่ในพื้นที่ที่อนุญาต

3.2 การตรวจสอบตำแหน่ง GPS กับห้องเรียน

3.2.1 ระบบบันทึกพิกัดห้องเรียนไว้ล่วงหน้า โดยผู้ดูแลระบบเป็นผู้กำหนด

3.2.2 เมื่อผู้เรียนส่งพิกัด GPS ระบบคำนวณระยะห่างจากพิกัดห้องเรียน

3.2.3 หากระยะห่าง $\leq$ รัศมีที่กำหนด จึงอนุญาตบันทึกการเข้าเรียน

แนวคิดนี้สอดคล้องกับการประยุกต์ใช้บริการแผนที่ พิกัดจาก Google Maps Platform ที่สนับสนุนงานด้านตำแหน่ง[10]

3.3 การแจ้งเตือนผ่าน LINE Messaging API

3.3.1 เมื่อเกิดเหตุการณ์สำคัญ เช่น ผู้สอนเปิดคาบเรียน ผู้เรียนเช็คชื่อสำเร็จ และสถานะขาดสาย และอนุมัติลา

3.3.2 ระบบเรียกใช้ LINE Messaging API ส่งข้อความแจ้งเตือน

3.4 มาตรฐาน QR Code

การเข้ารหัส รูปแบบ QR Code อ้างอิงแนวคิดตามมาตรฐานสากลของ QR Code เพื่อให้สามารถอ่านได้ด้วยอุปกรณ์ทั่วไปและมีความทนทานต่อความผิดพลาดตามระดับการแก้ไขข้อผิดพลาด (error correction)

ขั้นที่ 4 การทดสอบระบบ (Testing)

การทดสอบประกอบด้วย

4.1 Unit Testing ทดสอบฟังก์ชันสำคัญรายโมดูล เช่น login สร้าง session บันทึก attendance Integration

4.2 Testing ทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่าง PHP MySQL Google Maps API และ LINE API

4.3 User Acceptance Testing (UAT) ให้ผู้ใช้งาน 3 กลุ่มทดลองใช้ในสถานการณ์จริง เพื่อยืนยันว่าฟังก์ชันครบตามความต้องการ[11]

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้งานและประเมินผล (Deployment & Evaluation)

หลังปรับแก้ไขจากผลการทดสอบ นำระบบไปใช้จริง และประเมินความพึงพอใจของผู้ใช้งานต่อระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด

3) เครื่องมือวิจัยและการประเมินความพึงพอใจ

ใช้แบบประเมินความพึงพอใจแบบมาตราส่วนประมาณค่า Likert 5 ระดับ[13] ครอบคลุม 4 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการกำหนดความต้องการของระบบ
2. ด้านการทำงานของระบบ
3. ด้านการใช้งานของระบบ
4. ด้านความปลอดภัยของระบบ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ ใช้

1. ค่าเฉลี่ย (Mean) เพื่อสะท้อนระดับความพึงพอใจ
2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) เพื่อสะท้อนการกระจายของความคิดเห็น

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ดได้ดำเนินการสรุปผลการวิจัยสอดคล้องตามความต้องการของระบบ ดังนี้

ส่วนของผู้ดูแลระบบ เมื่อผู้ดูแลระบบได้ทำการเข้าสู่ระบบจะแสดงรายละเอียดเมนู ทางด้านซ้ายของหน้าเว็บ แอปพลิเคชันโดยที่หน้าแรกของการเข้าใช้งานของผู้ดูแลระบบจะถูกกำหนดให้สามารถจัดการข้อมูลนักศึกษา อาจารย์ผู้ดูแลระบบ รายวิชา และตารางสอน ดังตามภาพที่ 2-6

ระบบเช็คชื่อสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์					
ข้อมูลนักศึกษา					
ค้นหา					
ลำดับ	เลขนักศึกษา	ื่อนักศึกษา	นามสกุล	สถานะ	จัดการ
1	631320101	นางสาวกวีพร	พึงอ้าง	ปกติ	✍
2	631320102	นายปรณิษฐ์	ศรีภมร	ปกติ	✍
3	631320103	นายเกียรติศักดิ์	คลังทรัพย์	ปกติ	✍
4	631320104	นายภาณุเดช	กันรินทร์	ปกติ	✍
5	631320105	นายณัฏฐ์	สรเกษม	ปกติ	✍
6	631320106	นางสาวกรรณิษา	แสนดี	ปกติ	✍

ภาพที่ 2: เมื่อนักศึกษา แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของผู้เรียน

จากภาพที่ 2 เมื่อนักศึกษาที่แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของผู้เรียน โดยมีปุ่มเพิ่มข้อมูล แก้ไขข้อมูล นำเข้าข้อมูลนักศึกษา สถานะของนักศึกษา และช่องค้นหา โดย สามารถค้นหาได้จากเลขรหัสนักศึกษา ชื่อ หรือนามสกุล

ระบบเช็คชื่อสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์				
ข้อมูลอาจารย์				
ค้นหา (ชื่อ, นามสกุล, อีเมล)				
ลำดับ	ชื่อ	นามสกุล	อีเมล	จัดการ
1	อ.กรรณิษฐ์	พะยะ	keerasak@kpru.ac.th	✍
2	อ.สมชาย	สอนดี	trinnajornlovely@gmail.com	✍
3	อ.สุรินทร์	เพชรโก	arjagate@gmail.com	✍

ภาพที่ 3: เมื่อนักอาจารย์ แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของอาจารย์

จากภาพที่ 3 เมื่อนักอาจารย์ที่แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของผู้สอน โดยมีปุ่มเพิ่มข้อมูล แก้ไขข้อมูล และช่องค้นหา โดยสามารถค้นหาได้จาก ชื่อ นามสกุล หรืออีเมล

ระบบเช็คชื่อสาขาวิชาการคอมพิวเตอร์			
ตฤณธร คำภิระยศ (ผู้ดูแลระบบ)			
ข้อมูลผู้ดูแลระบบ			
ค้นหา (รหัส, ชื่อ, นามสกุล)			
ลำดับ	ชื่อผู้ดูแลระบบ	นามสกุล	จัดการ
1	ตฤณธร	คำภิระยศ	
2	อานนท์	คำภิระยศ	

ภาพที่ 4: เมนูผู้ดูแลระบบ แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของผู้ดูแลระบบ

จากภาพที่ 4 เมนูผู้ดูแลระบบที่แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของ ผู้ดูแลระบบ โดยมีปุ่มเพิ่ม แก้ไข และช่องค้นหา โดยสามารถค้นหาได้จาก ชื่อ หรือนามสกุล

ระบบเช็คชื่อสาขาวิชาการคอมพิวเตอร์			
ตฤณธร คำภิระยศ (ผู้ดูแลระบบ)			
ข้อมูลรายวิชา			
ค้นหา (รหัสวิชา, ชื่อวิชา)			
ลำดับ	รหัสวิชา	ชื่อรายวิชา	จัดการ
1	4121001	คอมพิวเตอร์และเทคนิคไมโครสารสนเทศ	
2	4122203	การเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุ	
3	4122205	การวิเคราะห์และออกแบบระบบเชิงวัตถุ	
4	4122405	หลักการสำหรับวิชาการคอมพิวเตอร์	
5	4122501	สถาปัตยกรรมคอมพิวเตอร์	
6	4122601	ระบบปฏิบัติการ	
7	4122602	โครงสร้างข้อมูล	

ภาพที่ 5: เมนูรายวิชา แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของรายวิชา

จากภาพที่ 5 เมนูรายวิชาที่แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของรายวิชา โดยมีปุ่มเพิ่ม แก้ไข นำเข้า และช่องค้นหา โดยสามารถค้นหาได้จาก รหัสวิชา หรือชื่อวิชา

ระบบเช็คชื่อสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์

ข้อมูลตารางสอน

แสดงตารางสอนของอาจารย์: -- เลือกสอน --

ตัวกรอง:

ลำดับ	รหัสวิชา	ชื่อวิชา	ครูสอน	ชื่ออาจารย์	เทอม	วัน	เวลา	ห้อง	สัปดาห์	สอนปี
1	4122601	ระบบปฏิบัติการ	6713201	อ.กฤษศักดิ์ พะ...	1/2568	พฤหัสบดี	08:00-12:00	48202	16.454695	99.510094
2	4122601	ระบบปฏิบัติการ	6713211	อ.กฤษศักดิ์ พะ...	1/2568	พฤหัสบดี	12:30-16:30	48202	16.454136	99.460754
3	4122601	ระบบปฏิบัติการ	6613201	อ.กฤษศักดิ์ พะ...	1/2568	ศุกร์	08:00-12:00	48201	16.454136	99.460754
4	4122501	สถาปัตยกรรมคอมพิวเตอร์	6713201	อ.กฤษศักดิ์ พะ...	2/2568	จันทร์	12:30-16:30	48201	16.454569	99.510269
5	4122501	สถาปัตยกรรมคอมพิวเตอร์	6713211	อ.กฤษศักดิ์ พะ...	2/2568	พุธ	08:00-	48201	16.454136	99.460754

ภาพที่ 6: เมนูตารางสอน แสดงรายละเอียดข้อมูลตารางสอน

จากภาพที่ 6 เมนูตารางสอนที่แสดงรายละเอียดตารางข้อมูลของ ตารางการเรียนการสอน โดยมีปุ่มเพิ่ม แก้ไข ช่องเลือกเทอม และช่องตัวกรองสำหรับเลือกดู ตารางสอนของแต่ละหมู่เรียน

ในส่วนของการเช็คชื่อเข้าเรียน ผู้เรียนสามารถได้โดยการนำโทรศัพท์มือถือถือทำการสแกนคิวอาร์โค้ด โดยเริ่มจากการสแกนคิวอาร์โค้ดเข้าเรียน เมื่อผู้เรียนเช็คชื่อสำเร็จระบบจะแสดงกล่องข้อความแจ้ง เตือนพร้อมกับสถานะการเข้าเรียนตามเวลาที่ผู้เรียนทำการเช็คชื่อ ดังภาพที่ 7



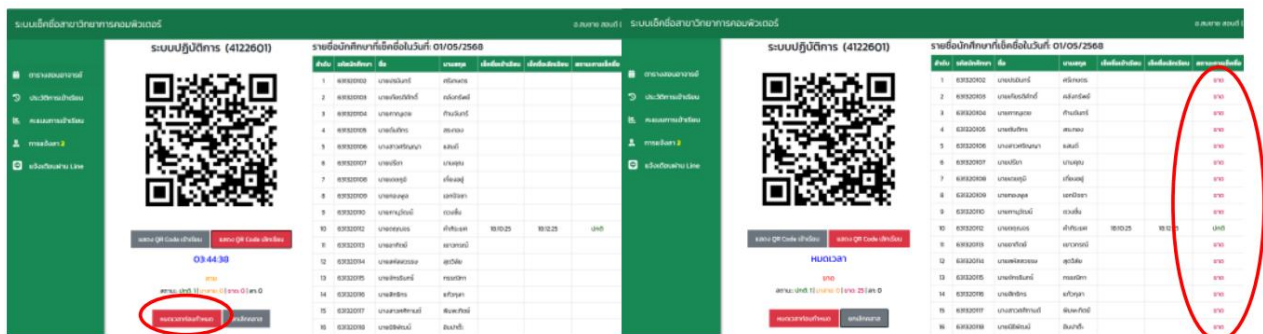
ภาพที่ 7: ตัวอย่างผลของการเช็คชื่อเข้าเรียน

หลังจากผู้เรียนทำการเช็คชื่อเข้าเรียนสำเร็จ จะพบว่าเวลาลงชื่อเข้าเรียนได้ทำการบันทึกเป็นที่เรียบร้อยแล้ว แต่สถานการณ์เข้าเรียนจะยังไม่ปรากฏจนกว่านักศึกษาจะทำการเช็คชื่อเลิกเรียนดังภาพที่ 8



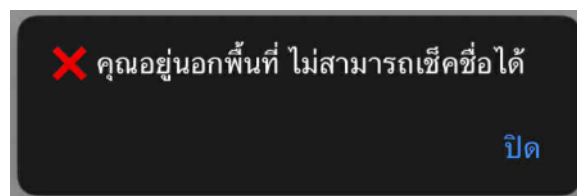
ภาพที่ 8: ตัวอย่างผลการเช็คชื่อเลิกเรียน

เมื่อผู้สอนต้องการสรุปผลการเช็คชื่อเข้าเรียนก่อนหมดเวลาเรียน ผู้สอนสามารถกดที่ปุ่มหมดเวลา ก่อนกำหนด หลังจากกดปุ่ม ผู้เรียนทั้งหมดจะถูกสรุปผลการเข้าเรียนทันทีดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9: ตัวอย่างผลการกดปุ่มหมดเวลา ก่อนกำหนด

หากผู้เรียนอยู่นอกพื้นที่ และทำการเช็คชื่อเข้าเรียน ระบบจะทำการปฏิเสธการเช็คชื่อของผู้เรียนทันที ดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10: ตัวอย่างผลการเช็คชื่อนอกพื้นที่

จากผลการทดสอบและวิจัยพบว่า ระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ดด้วยวิธีการเช็คชื่อผ่านระบบ สามารถทำได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และมีประสิทธิภาพ รวมทั้งสามารถตรวจสอบพื้นที่เช็คชื่อเข้าเรียน และป้องกันไม่ให้ ผู้เรียนที่อยู่นอกพื้นที่ทำการเช็คชื่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งผลประโยชน์ความพึงพอใจของผู้ใช้งานต่อระบบได้ ดำเนินการประเมินความพึงพอใจจากผู้ใช้งาน 3 กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน จึงสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 1: สรุปผลการประเมินความพึงพอใจต่อระบบจากกลุ่มตัวอย่าง (n=100)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความพึงพอใจ
ด้านความต้องการของระบบ	4.64	0.48	มากที่สุด
ด้านการทำงานของระบบ	4.61	0.48	มากที่สุด
ด้านการใช้งานของระบบ	4.60	0.49	มากที่สุด
ด้านความปลอดภัยของระบบ	4.62	0.49	มากที่สุด
ภาพรวม	4.62	0.48	มากที่สุด

ตารางที่ 2: สรุปผลการประเมินความพึงพอใจต่อระบบจากกลุ่มตัวอย่าง ด้านความต้องการของระบบ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความพึงพอใจ
มีความสามารถของระบบตรงตามที่ระบุไว้ในขอบเขตงานระบบ	4.65	0.48	มากที่สุด
มีความสามารถของระบบสามารถทำงานถูกต้องตามวัตถุประสงค์	4.63	0.49	มากที่สุด
ภาพรวม	4.64	0.48	มากที่สุด

ตารางที่ 3: สรุปผลการประเมินความพึงพอใจต่อระบบจากกลุ่มตัวอย่าง ด้านการทำงานของระบบ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความพึงพอใจ
สามารถจัดการข้อมูล เพิ่ม และแก้ไข ข้อมูลผู้ดูแลระบบ ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ	4.57	0.50	มากที่สุด
สามารถจัดการข้อมูล เพิ่ม และแก้ไข ข้อมูลผู้สอนได้ อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ	4.54	0.50	มากที่สุด
สามารถจัดการข้อมูล เพิ่ม และแก้ไข ข้อมูลผู้เรียนได้ อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ	4.55	0.50	มากที่สุด
สามารถจัดการข้อมูล เพิ่ม และแก้ไข ข้อมูลรายวิชาได้ อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ	4.57	0.50	มากที่สุด
สามารถจัดการข้อมูล เพิ่ม และแก้ไข ข้อมูลตารางสอน ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ	4.82	0.39	มากที่สุด
ภาพรวม	4.61	0.48	มากที่สุด

ตารางที่ 4: สรุปผลการประเมินความพึงพอใจต่อระบบจากกลุ่มตัวอย่าง ด้านการใช้งานของระบบ

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความพึงพอใจ
การจัดรูปแบบในเว็บไซด์ง่ายต่อการอ่านและการใช้งาน	4.56	0.50	มากที่สุด
เว็บไซด์มีการรองรับการใช้งานทั้งคอมพิวเตอร์ และโทรศัพท์มือถือ	4.56	0.50	มากที่สุด
การใช้คำเพื่อสื่อความหมายของคำสั่ง และชื่อเมนู	4.54	0.50	มากที่สุด
ความเหมาะสมในการวางตำแหน่งของส่วนประกอบบน หน้าจอ	4.75	0.44	มากที่สุด
ความสวยงามของเว็บไซด์	4.60	0.49	มากที่สุด
ภาพรวม	4.60	0.49	มากที่สุด

ตารางที่ 5: สรุปผลการประเมินความพึงพอใจต่อระบบจากกลุ่มตัวอย่าง ด้านความปลอดภัย

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับความพึงพอใจ
ชื่อโดเมนของเว็บไซด์มีความปลอดภัย	4.55	0.50	มากที่สุด
ความปลอดภัยในการขอเปลี่ยนรหัสผ่าน	4.68	0.47	มากที่สุด
หน้าเว็บไซด์ใช้งานได้ตามสิทธิ์ของผู้ใช้อย่างถูกต้อง	4.62	0.49	มากที่สุด
ภาพรวม	4.62	0.49	มากที่สุด

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาและวิจัยในครั้งนี้ได้มีการพัฒนาจากระบบปัญหาเดิม คือ ไม่สามารถจำกัดพื้นที่ในการเช็คชื่อได้ ทำให้สามารถเช็คชื่อจากที่ใดก็ได้แม้ไม่ได้อยู่ในห้องเรียนจริง ส่งผลให้ข้อมูลการเช็คชื่อขาดความน่าเชื่อถือ ทำให้ผู้วิจัยได้มีแนวคิดในการพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด โดยมีการใช้เทคโนโลยี GPS และ Google Map API เพื่อกำหนดขอบเขตพื้นที่เช็คชื่อเข้าเรียนซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยการพัฒนาระบบบริหารจัดการข้อมูลการลงทะเบียนเข้าร่วมกิจกรรม MSU Open House ด้วยเทคโนโลยีรหัสคิวอาร์ที่ใช้แนวคิด Information System Development, QR Code Technology, System Development Life Cycle (SDLC) [14] และสอดคล้องกับงานวิจัยการพัฒนาโมบายแอปพลิเคชันการตรวจสอบรายชื่อการเข้าเรียนของนักศึกษาวิทยาการคอมพิวเตอร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรวิทยาดอนเมืองที่ใช้แนวคิดด้าน Mobile Application และ LINE Notification[12]มาร่วมพัฒนาระบบเช่นเดียวกัน สามารถสรุปงานวิจัยได้ตามวัตถุประสงค์ ดังนี้

วัตถุประสงค์ข้อที่ 1 เพื่อพัฒนาระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ดแบบกำหนดขอบเขตพื้นที่ โดยพบว่าระบบสามารถจำกัดขอบเขตพื้นที่ในการเช็คชื่อของผู้เรียนได้อย่างแม่นยำ ส่งผลให้ผู้เรียนมีอัตราการเข้าห้องเรียนสูงขึ้น

วัตถุประสงค์ข้อที่ 2 เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ดโดยผลการวิเคราะห์จากผู้ใช้งานทั้งหมดจำนวน 100 คน โดยแบ่งเป็นส่วนของผู้ดูแลระบบจำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 3.00 ผู้สอนจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 5.00 และผู้เรียนจำนวน 92 คน คิดเป็นร้อยละ 92.00 พบว่า พบว่าการประเมินความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.62 (S.D. = 0.48) ประกอบด้วย 4 ด้าน คือระดับความพึงพอใจ

ด้านความต้องการของระบบอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.64 (S.D. = 0.48) ระดับความพึงพอใจด้านการทำงานของระบบอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.61 (S.D. = 0.48) ระดับความพึงพอใจด้านการใช้งานของระบบอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.60 (S.D. = 0.49) และมีระดับความพึงพอใจด้านความปลอดภัยของระบบอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ย 4.62 (S.D. = 0.49)

จากงานวิจัยที่กล่าวถึงมีจุดรวมคือ การพัฒนาระบบตรวจสอบการเข้าร่วม/เช็คชื่อโดยใช้เทคโนโลยีดิจิทัล แต่แตกต่างกันที่ เทคโนโลยีหลัก (QR / AR / Mobile / AI Face Recognition) และกรอบทฤษฎีการพัฒนา ซึ่งสามารถนำไปใช้เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องสำหรับงานระบบเช็คชื่อ QR Code + GPS + LINE Messaging API + SDLC ของผู้สอนได้ค่อนข้างดี

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยและข้อจำกัดที่พบ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในอนาคตดังนี้

1. ตำแหน่งของผู้เรียนอาจเปลี่ยนแปลงได้ แม้กระทั่งกำหนดพิกัด GPS ไว้แล้ว ดังนั้นระบบจึงควรมีระบบการล็อกโลเคชันอย่างถาวรด้วยเทคโนโลยีที่สูงขึ้น
2. ผู้เรียนสามารถแสแกนคิวอาร์โค้ดแทนกันได้โดยการเข้าสู่บัญชีผู้เรียนอื่น ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อความถูกต้องของข้อมูลการเข้าเรียน ในการแก้ปัญหาขั้นต้นอาจต้องให้ผู้สอนตรวจสอบว่าผู้เรียนภายในห้องว่ามีจำนวนเท่ากับจำนวนชื่อที่เช็คแล้วหรือไม่
3. การแจ้งเตือนผ่านแอปพลิเคชันไลน์ในปัจจุบันมีข้อจำกัดในการส่งข้อความฟรี โดยสามารถส่งข้อความได้ 300 ข้อความต่อเดือน หากต้องการใช้งานการแจ้งเตือนอีกครั้งจะต้องทำการเสียค่าบริการเพิ่มเติม

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณกลุ่มตัวอย่างที่ใช้บริการระบบเช็คชื่อเข้าเรียนด้วยเทคโนโลยีคิวอาร์โค้ด และให้ความช่วยเหลือในการทดสอบระบบเป็นอย่างดี และโปรแกรมวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศให้การสนับสนุนทุนวิจัยสำหรับนักวิจัยเป็นอย่างดี และคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชรที่ให้ความอนุเคราะห์อาคารสถานที่ ทรัพยากร และข้อมูลที่ใช้สนับสนุนงานวิจัย ขอขอบพระคุณคณาจารย์ และเจ้าหน้าที่ สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่ให้การสนับสนุนนี้เป็นกำลังใจ และผลักดันให้การศึกษาครั้งนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้วิจัยหวังว่าจะเกิดคุณค่าและประโยชน์สูงสุดต่อประเทศชาติต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] จิตพร ชาญศิริวัฒน์ และคณะ. (2563). การพัฒนาระบบติดตามพฤติกรรม การเข้าห้องเรียนด้วยคิวอาร์โค้ด กรณีศึกษาวิทยาลัยครูปากเซ. *วารสารวิจัยและพัฒนาวิจัยของกรมในพระบรมราชูปถัมภ์*, 15(1), 25 – 36. <https://so06.tci-thaijo.org/index.php/vrurdistjournal/article/view/240989>
- [2] ภัชราภรณ์ พิมพา. (2566). ระบบติดตามและวิเคราะห์การเข้าชั้นเรียนของนักเรียนกลุ่มเสี่ยงระดับ ประถมศึกษาปีที่ ๖ วิทยาลัยอาชีวศึกษาสุโขทัย. *วารสารวิจัยและพัฒนาวิจัยของกรมในพระบรมราชูปถัมภ์*, 19(1), 63–76. <https://so06.tci-thaijo.org/index.php/vrurdistjournal/issue/view/17710>

- [3] สุขชี, พ., & ชาทรี, จ. (2024). การพัฒนาแอปพลิเคชัน “น้องลำดวน” โอนไลน์แชทบอท เพื่อแนะนำสถานที่ท่องเที่ยวในจังหวัดศรีสะเกษ. *วารสารวิชาการ “การประยุกต์ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ”*, 10(1), 83-95.
<https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/project-journal/article/view/251930>
- [4] อาดีสัน ยูโซะ, และคณะ. (2565). การพัฒนาระบบเช็คชื่อผู้เข้าเรียนผ่านแอปพลิเคชันไลน์ กรณีศึกษาสาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา. ใน *รายงานสืบเนื่องจากการประชุมวิชาการระดับชาติ ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเครือข่ายสถาบันอุดมศึกษาภาคใต้ ครั้งที่ 7 (NSCIC 2022)* (หน้า 88– 94). คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี.
- [5] Perdana, A. (2025). Comparative analysis of SDLC and R&D methods in system development. *Sinkron Journal*, 10(1), 3197-3209.
<https://jurnal.polgan.ac.id/index.php/sinkron/article/view/15337/3591>
- [6] Aleryani, A. Y. (2024). Analyzing data flow: A comparison between Data Flow Diagrams (DFD) and use case diagrams (UCD) in information systems development. *European Modern Studies Journal*, 8(1), 313–320. [https://doi.org/10.59573/emsj.8\(1\).2024.28](https://doi.org/10.59573/emsj.8(1).2024.28)
- [7] Gupta, P. (2023). Relational Database Design: Exploring Primary Keys, Foreign Keys, and Integrity Constraints. *International Journal of Computer Applications*, 182(20), 6-12.
<https://doi.org/10.5120/ijca2023937450>
- [8] PHP Manual. (n.d.). PHP Documentation. <https://www.php.net/manual/en/index.php>
- [9] MySQL Reference Manual. (n.d.). MySQL Documentation. Oracle Corporation.
<https://dev.mysql.com/doc/>
- [10] Google Maps Platform Documentation. (n.d.). Google Maps Platform Documentation. Google.
<https://developers.google.com/maps/documentation>
- [11] Kaur, K., & Singh, G. (2022). User acceptance testing techniques in software development life cycle. *International Journal of Computer Applications*, 174(27), 1–6.
<https://doi.org/10.5120/ijca2022922055>
- [12] Khampromrat, P., & Yaowong, A. (2024). *The development of a mobile application for attendance checking of computer education students at Rajabhat Rajanagarindra University*. *Journal of Education Yala Rajabhat University*, 3(2), 89–98.
- [13] Joshi, A., Kale, S., Chandel, S., & Pal, D. K. (2015). Likert scale: Explored and explained. *British Journal of Applied Science & Technology*, 7(4), 396–403.
<https://doi.org/10.9734/BJAST/2015/14975>
- [14] Thongsuk, N. (2023). *The development of event registration data management system: MSU Open House, Mahasarakham University with QR code technology*. *Academic Journal of Northeastern University*, 10(2), 47–57.

การพัฒนาต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติด้วยไมโครคอนโทรลเลอร์

Development of an Automatic Gas Leakage Warning System Prototype using Microcontroller

กาญจนา บุตรวาปี¹, ศิลป์ณรงค์ ฉวีพัฒน์^{1*}, ชนินทร เกลิมสุข²

¹ โปรแกรมวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

² สาขาวิชาเทคโนโลยีดิจิทัลและนวัตกรรม มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์

Kanjana Budvapee¹, Silnarong Chavipat^{1*}, Chanintorn Chalernsuk²

¹Information Technology Program Kamphaeng Phet Rajabhat University, Kamphaeng Phet, 62000

² Department of Digital Technology and Innovation Southeast Asia University, 10160

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ประยุกต์ใช้เทคโนโลยีไมโครคอนโทรลเลอร์ในการพัฒนาต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติ เพื่อเสริมสร้างความปลอดภัยและควบคุมการรั่วไหลของแก๊สในครัวเรือน ระบบพัฒนาขึ้นโดยใช้บอร์ด Arduino Uno ทำหน้าที่เป็นหน่วยประมวลผลหลักเพื่อรับและประมวลผลข้อมูลจากเซ็นเซอร์ตรวจจับแก๊ส (MQ-2) ผลการดำเนินงานพบว่าระบบสามารถแสดงผลค่าความเข้มข้นของแก๊สแบบเวลาจริง (Real-time) ผ่านจอ LCD และมีกลไกการแจ้งเตือนด้วยเสียงผ่านบัสเซอร์ทันที เมื่อตรวจพบค่าแก๊สสูงกว่าเกณฑ์ความปลอดภัยที่กำหนดไว้คือ 60 ppm จากการทดสอบประสิทธิภาพพบว่าระบบสามารถตอบสนองต่อการรั่วไหลได้อย่างแม่นยำในระยะ 1-3 เซนติเมตร โดยมีค่าเฉลี่ยเวลาตอบสนองเร็วที่สุดที่ 1.09 วินาที ซึ่งช่วยลดความเสี่ยงในการเกิดอัคคีภัยจากการรั่วไหลของแก๊สได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำสำคัญ Arduino Uno, การตรวจจับแก๊ส, ไมโครคอนโทรลเลอร์, ระบบแจ้งเตือนภัย

Abstract

This research presents the development of an "Automatic Gas Leakage Warning System Prototype" using microcontroller technology to enhance household safety. The system utilizes an Arduino Uno board as the central processing unit to process data from an MQ-2 gas sensor. The experimental results demonstrate that the system provides real-time gas concentration readings via

*Corresponding author : silnarong@kpru.ac.th

Received : 06/02/2023 Revised : 13/05/2026 Accepted : 13/06/2026

an LCD display and features an audible alert mechanism using a buzzer, which is triggered immediately when gas levels exceed the safety threshold of 60 ppm. Efficiency testing indicates that the prototype responds accurately within a range of 1-3 cm, with a minimum response time of 1.09 seconds, effectively reducing the risk of household fire accidents.

Keywords Arduino Uno, Gas Detection, Microcontroller, Warning System

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบัน อคติภัยที่เกิดจากการรั่วไหลของแก๊สหุงต้ม (LPG) ภายในที่พักอาศัยและสถานประกอบการขนาดเล็ก เป็นสาเหตุสำคัญที่สร้างความเสียหายต่อชีวิตและทรัพย์สินอย่างมหาศาล ปัญหาหลักมักเกิดจากข้อบกพร่องของอุปกรณ์ เช่น สายนำแก๊สชำรุด หรือความประมาทจากการปิดวาล์วไม่สนิท ซึ่งการรั่วไหลในระยะเริ่มต้นมักตรวจพบได้ยากด้วยประสาทสัมผัสของมนุษย์ โดยเฉพาะในช่วงเวลาที่ผู้อยู่อาศัยหลับนอนหรือไม่ได้อยู่ในบริเวณดังกล่าว หากไม่มีระบบเฝ้าระวังที่มีประสิทธิภาพ ปริมาณแก๊สที่สะสมอาจสูงถึงจุดที่เกิดการระเบิดหรือติดไฟได้ง่ายเมื่อมีประกายไฟเพียงเล็กน้อย

จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่า การนำเทคโนโลยีสมองกลฝังตัว (Embedded System) มาประยุกต์ใช้ในการตรวจวัดสภาพแวดล้อมได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย เนื่องจากมีต้นทุนต่ำและมีความแม่นยำสูง ดังเช่นงานวิจัยของ นพพร จุจันทร์ [1] ที่ได้ศึกษาการใช้บอร์ด Arduino Uno ในการควบคุมอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์พื้นฐาน และแนวทางการใช้เซ็นเซอร์ตรวจจับแก๊ส MQ-2 ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีความไวต่อแก๊สไวไฟและควันไฟ อย่างไรก็ตาม การพัฒนาต้นแบบที่มีระบบการแจ้งเตือนที่ชัดเจนและเหมาะสมกับการใช้งานในครัวเรือนยังคงเป็นสิ่งสำคัญที่ต้องมีการทดสอบประสิทธิภาพอย่างเป็นระบบ

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการพัฒนา "ต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติด้วยไมโครคอนโทรลเลอร์" เพื่อเป็นอุปกรณ์เสริมความปลอดภัยที่มีประสิทธิภาพในราคาประหยัด โดยมุ่งเน้นการออกแบบระบบที่สามารถตรวจวัดความเข้มข้นของแก๊สแบบเวลาจริง (Real-time) และส่งสัญญาณแจ้งเตือนด้วยเสียงทันทีเมื่อพบความผิดปกติ ผลการดำเนินงานวิจัยนี้ไม่เพียงแต่จะได้ต้นแบบอุปกรณ์ที่ใช้งานได้จริง แต่ยังเป็นการศึกษาขีดจำกัดและประสิทธิภาพของเซ็นเซอร์ในการตอบสนองต่อระยะทางต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการติดตั้งและพัฒนาต่อยอดสู่ระบบการแจ้งเตือนภัยผ่านเครือข่ายไร้สายในอนาคตต่อไป

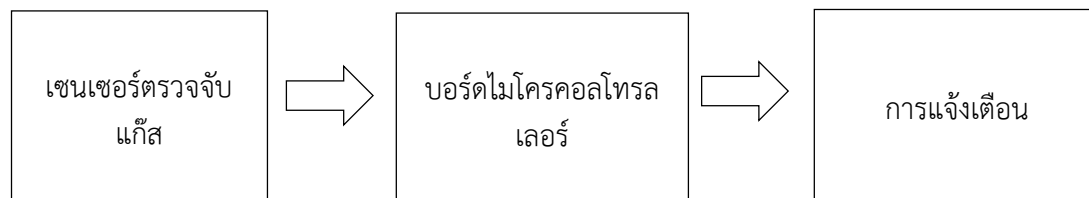
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อออกแบบและสร้างต้นแบบระบบตรวจจับแก๊สอัตโนมัติจำนวน 1 ระบบ
2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพการทำงานของอุปกรณ์และโปรแกรมควบคุมการทำงานของต้นแบบระบบ

ตรวจจับแก๊สอัตโนมัติ

กรอบแนวคิดการวิจัย

ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดการวิจัยว่า ต้นแบบระบบตรวจจับแก๊สอัตโนมัติ เป็นระบบที่พัฒนาขึ้นโดยสามารถที่จะแจ้งเตือนให้ผู้ที่เกี่ยวข้องได้รับการเตือนได้อย่างถูกต้อง ได้เมื่อตรวจจับแก๊สในระดับที่เกินค่าที่กำหนดไว้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการดำเนินงานวิจัย

เทคโนโลยีที่เกี่ยวข้อง

1. บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ (Arduino Uno R3)

บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno R3 เป็นบอร์ดแบบ Open-source บนแพลตฟอร์ม Arduino ใช้ชิป ATmega328P รัทที่ความถี่ 16 MHz มีหน่วยความจำแฟลช 32 KB และแรม 2 KB บอร์ดใช้ไฟเลี้ยง 7 ถึง 12 V มี Digital Input / Output 14 ขา อุปกรณ์นี้ทำหน้าที่เป็นหน่วยประมวลผลกลางเพื่อรับค่าสัญญาณอนาล็อกจากเซ็นเซอร์และควบคุมอุปกรณ์เอาต์พุต

2. เซนเซอร์ MQ-2

เซนเซอร์ MQ-2 เป็นเซ็นเซอร์ตรวจจับความเข้มข้นของแก๊สที่สามารถติดไฟในอากาศ ได้แก่ แอลพีจี (LPG) โพรเพน (Propane) ไฮโดรเจน (Hydrogen) มีเทน (Methane) และบิวเทน (Butane) รวมถึงควันไฟ (Smoke) เซนเซอร์ชนิดนี้ใช้หลักการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานเมื่อตรวจพบโมเลกุลของแก๊สไวไฟในอากาศ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการตรวจจับสัญญาณอนาล็อกที่ สาริต พันธ์ชาติ และอานนท์ อ่อนสุข [2] ได้อธิบายไว้ โดยสามารถวัดความเข้มข้นของแก๊สได้ในช่วง 200 ถึง 10,000 ppm และทำงานได้ในอุณหภูมิ -20 ถึง 50 องศาเซลเซียส

3. พาสซีฟบัสเซอร์

เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่ส่งสัญญาณเสียงความถี่สูง โดยใช้การเขียนโค้ดสร้างสัญญาณ HIGH และ LOW สลับกันไปมาเพื่อให้เกิดเสียง หรือใช้ฟังก์ชัน tone() ใน Arduino บนบอร์ดมีทรานซิสเตอร์สำหรับช่วยขับสัญญาณเพื่อให้สามารถต่อใช้งานกับไมโครคอนโทรลเลอร์ได้โดยตรง ช่วยในการส่งสัญญาณเตือนภัยให้ผู้อยู่ใกล้เคียงได้รับทราบทันทีเมื่อระบบตรวจพบสถานะที่เกินเกณฑ์ความปลอดภัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนาระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดระเบียบวิธีดำเนินการวิจัยโดยมุ่งเน้นสถาปัตยกรรมระบบสมองกลฝังตัว (Embedded System) เพื่อการตรวจเฝ้าระวังและแจ้งเตือนภัยเฉพาะที่ (Local Warning System) โดยมีรายละเอียดขั้นตอนดังนี้

1. การออกแบบสถาปัตยกรรมระบบ (System Architecture)

1.1 การออกแบบสถาปัตยกรรมระบบ

ผู้วิจัยออกแบบระบบให้ทำงานแบบวงจรปิดเพื่อให้สามารถตรวจเฝ้าระวังปริมาณแก๊สแอลพีจี (LPG) ได้อย่างต่อเนื่องตลอด 24 ชั่วโมง โดยแบ่งการทำงานออกเป็น 3 ส่วนหลัก ได้แก่

1.1.1 ส่วนรับสัญญาณ (Input Unit) ใช้โมดูลเซ็นเซอร์ MQ-2 (ภาพที่ 2) ทำหน้าที่ตรวจวัดความเข้มข้นของแก๊สไวไฟในอากาศและแปลงเป็นสัญญาณอนาล็อก

1.1.2 ส่วนประมวลผล ใช้บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno R3 (ภาพที่ 4) ทำหน้าที่รับสัญญาณอนาล็อกมาประมวลผลผ่านตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล (ADC) เพื่อเปรียบเทียบกับค่าเกณฑ์ความปลอดภัยที่กำหนด

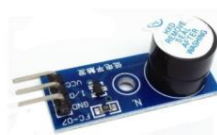
1.1.3 ส่วนแสดงผลและแจ้งเตือน ประกอบด้วยจอ LCD สำหรับแสดงผลค่าความเข้มข้นแบบเวลาจริง (Real-time) และโมดูลพาสซีฟบีสเซอร์ (ภาพที่ 3) สำหรับส่งสัญญาณเสียงเตือนภัย

2. การออกแบบโปรแกรมและตรรกะ

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมเริ่มต้นด้วยการตั้งค่าอุปกรณ์ทั้งหมดให้พร้อมใช้งาน (ภาพที่ 5) จากนั้นระบบจะเริ่มตรวจวัดสัญญาณจากเซ็นเซอร์ โดยใช้เกณฑ์ความปลอดภัยที่ตั้งไว้ที่ 60 ppm ขึ้นไป เนื่องจากจากการทดลองเบื้องต้นพบว่า ระดับนี้เป็นจุดที่เซ็นเซอร์สามารถแยกแยะได้ว่า มีการรั่วไหลจริง หรือเป็นสัญญาณรบกวนได้อย่างแม่นยำ โดยเฉพาะในระยะห่างไม่เกิน 3 เซนติเมตร ซึ่งเป็นระยะที่เซ็นเซอร์มีความไวสูงสุดถ้าค่าที่วัดได้ สูงกว่า 60 ppm [3] ระบบจะสั่งให้บีสเซอร์ส่งเสียงเตือน และแสดงข้อความเตือนบนจอ LCD ทันที เพื่อให้ผู้ใช้รู้ว่าเกิดเหตุการณ์ไม่ปกติ และสามารถดำเนินการแก้ไขได้ทันที

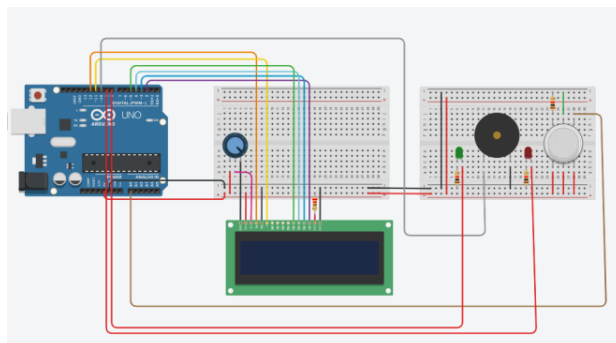


ภาพที่ 2 โมดูลเซ็นเซอร์ตรวจจับความเข้มข้นของแก๊ส (MQ-2)



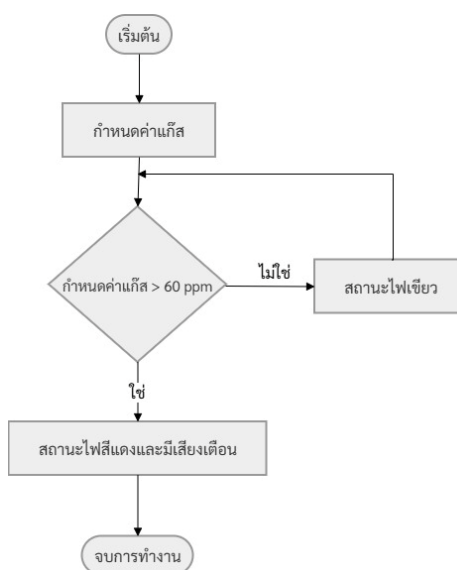
ภาพที่ 3 โมดูลเซ็นเซอร์เสียงพาสซีฟบีสเซอร์

ในส่วนของบอร์ดที่ใช้ในการพัฒนาและเขียนโปรแกรมรับส่งข้อมูลใช้บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno R3 [4] โดยมีภาพแสดงการเชื่อมต่อวงจรดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แสดงการออกแบบวงจรการเชื่อมต่อ

จากภาพที่ 4 แสดงการออกแบบวงจรการเชื่อมต่อบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno R3 เข้ากับ เซนเซอร์ตรวจจับแก๊ส MQ-2 และการเชื่อมต่อในส่วนของการแสดงผลค่าตัวเลขผ่านจอ LCD แบบเวลาจริง (Real-time) และการเชื่อมต่อการแจ้งเตือนไปที่อุปกรณ์บัสเซอร์ เมื่อเซนเซอร์ตรวจจับแก๊สวัดค่าได้ระดับที่ตั้งไว้



ภาพที่ 5 แผนผังแสดงการทำงานของเซนเซอร์ตรวจจับแก๊ส

สรุปผลการวิจัย

จากการดำเนินงานวิจัยและทดสอบประสิทธิภาพของต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติ สรุปผลลัพธ์ตามการออกแบบการวิจัยได้ดังนี้

1. ด้านการพัฒนาต้นแบบ

ผู้วิจัยสามารถพัฒนาและสร้างระบบแจ้งเตือนที่ทำงานร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno และเซนเซอร์ MQ-2 ได้อย่างสมบูรณ์ โดยระบบทำหน้าที่เป็นระบบสมองกลฝังตัว (Embedded System) ที่สามารถตรวจวัดและแสดงผลปริมาณแก๊สแบบเวลาจริง (Real-time) ผ่านจอ LCD และส่งการแจ้งเตือนด้วยเสียงผ่านบัสเซอร์ทันทีเมื่อตรวจพบค่าความเข้มข้นของแก๊สสูงกว่า

เกณฑ์ความปลอดภัยที่กำหนดไว้คือ 60 ppm

2. ด้านประสิทธิภาพตามสภาพแวดล้อม

จากการทดสอบประสิทธิภาพเพื่อหาขีดจำกัดความไวของเซ็นเซอร์ พบว่าสภาพแวดล้อมมีผลโดยตรงต่อความแม่นยำ ดังนี้

2.1 ในสภาวะจำลอง (พื้นที่ปิด) ระบบสามารถตรวจจับแก๊สและแจ้งเตือนได้ครอบคลุมระยะทางสูงสุด 3 เซนติเมตร โดยมีค่าเฉลี่ยเวลาตอบสนองที่ 4.00 วินาที

2.2 ในสภาวะห้องทั่วไป (พื้นที่เปิด) ความสามารถในการตรวจจับลดลงเนื่องจากการถ่ายเทอากาศ โดยระยะการตรวจจับที่แม่นยำจะเหลือเพียง 1 เซนติเมตร ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเวลาตอบสนองเร็วที่สุดอยู่ที่ 1.09 วินาที

3. การวิเคราะห์ผลลัพธ์และขีดจำกัด

ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า ต้นแบบระบบที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพสูงในการแจ้งเตือนภัยล่วงหน้า (เมื่อติดตั้งในระยะใกล้กับแหล่งกำเนิดแก๊ส ไม่เกิน 3 เซนติเมตร) โดยค่าเกณฑ์การแจ้งเตือนที่ 60 ppm เป็นค่าที่ต่ำสุดที่เชื่อถือได้" ซึ่งเหมาะสมในการระบุสภาวะความผิดปกติของแก๊สในอากาศก่อนจะสะสมจนถึงระดับที่เป็นอันตราย และช่วยลดการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm) จากปัจจัยแวดล้อมปกติได้

ตารางที่ 1 การทดสอบประสิทธิภาพการตรวจวัดแก๊สในสภาพบ้านจำลอง โดยการใช้ค่าเฉลี่ยในการวัดจำนวน 5 ครั้ง

ระยะทาง (เซนติเมตร)	ค่าเฉลี่ยเวลาในการ ตรวจจับได้ (วินาที)	ค่าเฉลี่ยปริมาณของแก๊สที่ อ่านได้ (PPM)
1	1.09	329
2	1.17	143
3	4.00	69
4	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้
5	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้

การทดสอบแบบที่ 2 ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบในสภาพห้องโดยทั่วไป โดยทำการทดสอบและตรวจวัดจำนวน 5 ครั้งและหาค่าเฉลี่ยออกมา โดยมีผลการทดสอบดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 การทดสอบประสิทธิภาพการตรวจวัดแก๊สในสภาพห้องโดยทั่วไป โดยการใช้ค่าเฉลี่ยในการวัดจำนวน 5 ครั้ง โดยมีผลการทดสอบดังตารางที่ 2 ดังนี้

ระยะทาง (เซนติเมตร)	ค่าเฉลี่ยเวลาในการ ตรวจจับได้ (วินาที)	ค่าเฉลี่ยปริมาณของแก๊สที่ อ่านได้ (PPM)
1	1.12	255
2	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้

3	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้
4	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้
5	ไม่สามารถจับเวลาได้	ไม่สามารถตรวจจับได้

อภิปรายผลการวิจัย

จากการทดสอบประสิทธิภาพของต้นแบบระบบแจ้งเตือนแก๊สรั่วอัตโนมัติ พบประเด็นสำคัญที่น่าสนใจคือการกำหนดเกณฑ์การแจ้งเตือนไว้ที่ระดับมากกว่า 60 ppm ซึ่งถือเป็นค่าที่เหมาะสมสำหรับการแจ้งเตือนภัยล่วงหน้า เนื่องจากเป็นระดับที่สูงกว่าสัญญาณรบกวนในสภาพแวดล้อมปกติ แต่ค่าพอที่จะตรวจพบความผิดปกติได้ทันทีที่แก๊สเริ่มรั่วไหล ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบในพื้นที่ปิดที่ระยะ 3 เซนติเมตรที่วัดค่าได้ 69 ppm แสดงให้เห็นว่าการเลือกเกณฑ์นี้ช่วยลดโอกาสการแจ้งเตือนผิดพลาด และเพิ่มความเชื่อถือได้ให้กับระบบสมองกลฝังตัวที่พัฒนาขึ้น

ในส่วนของอิทธิพลด้านระยะทางและสภาพแวดล้อม ผลการวิจัยชี้ให้เห็นอย่างชัดเจนว่าระยะห่างระหว่างเซ็นเซอร์และแหล่งกำเนิดแก๊สมีผลโดยตรงต่อความแม่นยำ โดยเฉพาะในสภาพแวดล้อมห้องทั่วไปที่มีการถ่ายเทอากาศ ซึ่งทำให้มวลแก๊สเจือจางลงอย่างรวดเร็วจนระบบไม่สามารถตรวจจับได้ที่ระยะเพียง 2 เซนติเมตร แตกต่างจากในสภาวะจำลองที่เป็นพื้นที่ปิดซึ่งสามารถตรวจจับได้ไกลถึง 3 เซนติเมตร ปรากฏการณ์นี้อธิบายได้ด้วยทฤษฎีการแพร่กระจายของโมเลกุลแก๊สในอากาศ ที่ส่งผลต่อความเข้มข้นของแก๊ส ดังนั้นในการติดตั้งใช้งานจริง ตำแหน่งของเซ็นเซอร์จึงต้องอยู่ใกล้จุดเสี่ยงในระยะไม่เกิน 3 เซนติเมตร เพื่อคงประสิทธิภาพในการแจ้งเตือนให้สูงสุดตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. การติดตั้งอุปกรณ์ จากผลการทดสอบที่พบว่าระยะทางมีผลโดยตรงต่อประสิทธิภาพการตรวจจับ ดังนั้นในการนำไปใช้งานจริง ควรติดตั้งเซ็นเซอร์ให้อยู่ใกล้กับจุดเสี่ยงที่มีโอกาสเกิดการรั่วไหลมากที่สุด เช่น บริเวณวาล์วถังแก๊สหรือข้อต่อสายนำแก๊ส โดยควมมีระยะห่างไม่เกิน 1-3 เซนติเมตร เพื่อให้ระบบสามารถตอบสนองต่อปริมาณแก๊สได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำก่อนที่แก๊สจะเจือจางในอากาศ
2. สภาพแวดล้อมในการติดตั้ง ควรหลีกเลี่ยงการติดตั้งในบริเวณที่มีกระแสลมแรงหรือใกล้กับพัดลมระบายอากาศโดยตรง เนื่องจากมวลอากาศที่เคลื่อนที่เร็วจะทำให้ความเข้มข้นของแก๊สที่รั่วไหลเบาบางลง จนอาจทำให้เซ็นเซอร์วัดค่าได้ต่ำกว่าเกณฑ์การแจ้งเตือน (60 ppm) ที่กำหนดไว้
3. การสอบเทียบอุปกรณ์ สำหรับการใช้งานในสภาวะจริงที่มีความเสี่ยงสูง ผู้นำไปใช้ควรทำการสอบเทียบ ค่าที่อ่านได้จากต้นแบบร่วมกับอุปกรณ์วัดแก๊สมาตรฐานอุตสาหกรรม เพื่อยืนยันความถูกต้องของค่า ppm และปรับค่าเกณฑ์การแจ้งเตือนให้เหมาะสมกับสภาพใช้งานจริง

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการต่อยอดโดยการเพิ่มโมดูลสื่อสารไร้สาย (เช่น ESP8266 หรือ ESP32) เพื่อปรับเปลี่ยนจากระบบแจ้งเตือนเฉพาะที่ (Local Warning) เป็นระบบ IoT ที่สามารถส่งข้อมูลแจ้งเตือนผ่านช่องทางออนไลน์ เช่น LINE Notify หรือแอปพลิเคชันบนสมาร์ตโฟน เพื่อให้ผู้ใช้งานทราบเหตุการณ์ได้ทันทีแม้อยู่ในพื้นที่

เอกสารอ้างอิง

- [1] นพพร จุจันทร์. (2559). *Arduino Uno*.
<http://elec2web.blogspot.com/2016/04/arduino-uno-amtega328.html>
- [2] สาทิต พันธุ์ชาลี, และอานนท์ อ่อนสุข. (2560). เซ็นเซอร์ (Sensor).
<http://gas-lpg-alarm-sensor.blogspot.com>
- [3] อธิพงศ์ ฐูปขุนทด, และไชยรัตน์ จากรณ์. (2562). เครื่องตรวจจับและแจ้งเตือนแก๊สรั่วไหล
[โครงการหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง]. วิทยาลัยเทคโนโลยีอรรถวิทย์พัฒนศึกษา.
- [4] สุพัฒน์พงษ์ ศรีมะธรง.(2560).การเขียนโปรแกรมด้วยภาษาซี. <http://artsupatong.wordpress.com>

การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน

A Study the Problem Solving Skills of 8TH Grade students at the Demonstration School of Thepsatri Rajabhat University Using the 5 STEPs Learning Process

ศศิธร มงคลทอง*

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี, อำเภอเมือง, จังหวัดลพบุรี 15000

Sasithon Mongkoltong

The Demonstration School of Thepsatri Rajabhat University, Muang District, Lopburi Province
15000

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน 2) เพื่อศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/6 จำนวน 46 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แบบวัดทักษะการแก้ปัญหา และ 2) แบบประเมินเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test dependent) ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี มีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์อยู่ในระดับมาก ($\bar{X}$ = 4.07, S.D. = 0.80) ดังนั้น กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาด้านต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำสำคัญ : กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน, ทักษะการแก้ปัญหา, เจตคติต่อวิทยาศาสตร์

*Corresponding author : appsasithon@gmail.com

Received : 04/02/2026 Revised : 22/05/2026 Accepted : 25/05/2026

Abstract

This research aimed to 1) Comparing the Problem-Solving Skills of 8TH Grade students at The Demonstration School Thepsatri Rajabhat University using the 5 STEPs Learning Process and 2) To study the attitudes towards science of 8th Grade students at The Demonstration School Thepsatri Rajabhat University. The sample consists of 46 students from 8th Grade class (class 8/6), selected through Simple Random Sampling. The research instruments included 1) a problem-solving skills assessment scale and 2) an attitude towards science assessment scale. Data were analyzed using mean, standard deviation, and dependent t-test. The results showed that the 5 STEPs Learning Process significantly improved the problem-solving skills of 8th Grade students at The Demonstration School Thepsatri Rajabhat University compared to before the intervention ($p < .05$), and their attitudes towards science were at a high level (mean = 4.07, S.D. = 0.80). Therefore, the 5 STEPs learning process enables students to develop analytical thinking skills and apply them to solve various problems with high quality.

Keywords : The 5 STEPs learning process, Problem-Solving skills, The attitudes towards science

บทนำ

ปัจจุบันนวัตกรรมทางการศึกษาสำหรับพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน เกิดการคิดค้นใหม่อย่างต่อเนื่อง ดังนั้นเพื่อเตรียมความพร้อมให้นักเรียนมีทักษะการเรียนรู้ในยุคศตวรรษที่ 21 เพื่อแสวงหาความรู้ด้วยตนเองได้ การจัดการเรียนการสอนรายวิชาวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่ครูต้องออกแบบการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนค้นพบองค์ความรู้จากการแสวงหาความรู้ โดยการลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง [1] การพยายามให้นักเรียนได้เรียนรู้วิทยาศาสตร์ โดยการมีส่วนร่วมทั้งด้านการเรียนและลงมือปฏิบัติด้วยตนเองทุกขั้นตอน โดยครูมีบทบาทเป็นผู้ออกแบบ การเรียนรู้ กระตุ้นแนะนำช่วยเหลือ นักเรียนเกิดองค์ความรู้และพัฒนาศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนอย่างมีความหมายเห็นประโยชน์และคุณค่าในการเรียนของตนเอง สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ จัดเป็นการเตรียมความพร้อมให้ผู้เรียนสามารถเรียนต่อในระดับชั้นที่สูงขึ้นได้ [2] ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) [3] ซึ่งกล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนการสอน ต้องมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการเรียนรู้ และใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ทุกขั้นตอนและทำกิจกรรมด้วยการลงมือปฏิบัติจริง การใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน ได้รวมกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกัน แลกเปลี่ยนเรียนรู้เพื่อค้นหาความรู้ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ อย่างสร้างสรรค์ กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจากการบูรณาการวิธีการทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Method) กับเทคนิคการสอนต่าง ๆ ได้แก่ การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry-based Learning) การสอนโดยใช้โครงงานเป็นฐาน (Project-based Learning) เพื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้ทุกกลุ่มสาระการ

เรียนรู้ด้วยการให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมกลุ่มแบบร่วมมือช่วยเหลือกันและกัน เด็กเก่งเรียนรู้เร็วช่วยเด็กเรียนช้า เด็กที่มีความถนัดมากกว่าช่วยเด็กถนัดน้อยกว่า เป็นที่มาของคำว่า“รวมพลัง” [4]

จากสภาพปัญหาการจัดการเรียนรู้ รายวิชา วิทยาศาสตร์รอบตัว 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ที่ควรได้รับการแก้ไข คือ นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้ความเข้าใจสถานการณ์สมมติไม่ชัดเจน และครบถ้วน ไม่สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ ขาดทักษะการหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ทำให้นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดและหาแนวทางแก้ไขปัญหาได้ ทำให้ผู้วิจัยทำการศึกษาค้นคว้าหาวิธีการจัดการเรียนการสอนแนวใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ มีทักษะในการเชื่อมโยงความรู้เดิมผสมผสานความรู้ใหม่ไปสู่การแก้ไขปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ ด้วยการเชื่อมโยงความคิดและหาแนวทางแก้ไขปัญหาโดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน และเพื่อให้ผู้เรียนที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน ช่วยเหลือกันร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ค้นคว้าหาคำตอบ เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด

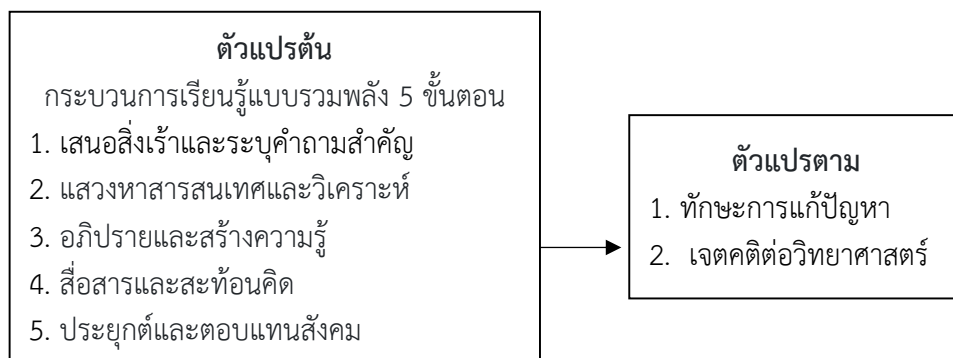
วัตถุประสงค์การวิจัย

- 1) เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน
- 2) เพื่อศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน

สมมติฐานการวิจัย

- 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีทักษะการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
- 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอนในระดับมาก

กรอบแนวคิดการวิจัย



วิธีการดำเนินการวิจัย

การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน มีวิธีดำเนินการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ปีการศึกษา 2567 จำนวน 281 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/6 จำนวน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling)

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

จากหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี รายวิชา วิทยาศาสตร์รอบตัว 2 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสืบเสาะ ค้นคว้าหาความรู้ ความเข้าใจ สามารถแก้ปัญหาผ่านการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ การค้นพบข้อมูลใหม่ๆ และสร้างชิ้นงานที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตประจำวันได้ ตามแนวคิดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) [3]

3. นิยามศัพท์เฉพาะ

3.1 กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม ช่วยกันศึกษาสืบเสาะหาความรู้ แลกเปลี่ยนความคิด การลงมือปฏิบัติ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่และสามารถประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ได้อย่างสร้างสรรค์ เน้นการรวมกลุ่มผู้เรียนที่เป็น เด็กเก่งเรียนรู้เร็วช่วยเด็กเรียนรู้ช้าเป็นพี่มาของคำว่า “รวมพลัง” [4]

3.2 ทักษะการแก้ปัญหา หมายถึง ความรู้ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ วางแผน ออกแบบ ลงมือปฏิบัติทดลอง เก็บรวบรวมข้อมูล การจัดกระทำข้อมูล นำเสนอผลงาน เชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับสถานการณ์ใหม่ อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกับผู้อื่น เพื่อเสนอข้อสรุปที่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง เพื่อปฏิบัติงานตามแนวทางการแก้ปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด

3.3 เจตคติต่อวิทยาศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึก ความคิดเห็น ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมกลุ่มและการลงมือปฏิบัติ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข สามารถนำความรู้ที่ได้รับจากการทำกิจกรรมกลุ่มไปใช้ ในชีวิตประจำวันได้ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ 3 ด้าน คือ ด้านทักษะการแก้ปัญหา ด้านการทำกิจกรรมกลุ่ม และด้านการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

4.1 แผนการจัดการเรียนรู้

การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน รายวิชา วิทยาศาสตร์ รอบตัว 2 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 เรื่อง สะพานจำลองกล้องเปอร์ริสโคป และรถพลังยาง ที่เน้นให้นักเรียนศึกษาค้นคว้า หาความรู้ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เชื่อมโยงความรู้ 4 วิชา ได้แก่ วิทยาศาสตร์ วิศวกรรม เทคโนโลยี และ คณิตศาสตร์ และสร้างสิ่งประดิษฐ์จำลอง องค์ประกอบภายในแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สมรรถนะสำคัญ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน การวัดและประเมินผล จำนวน 3 แผน แผนละ 4 ชั่วโมง รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง มีการหาคุณภาพของแผนจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ได้ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมขององค์ประกอบ ของแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน เท่ากับ 4.05 ซึ่งมีค่าความเหมาะสมในระดับมาก จึงนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างหลังการทดลองใช้ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแผน ทั้ง 3 แผน ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.2 แบบวัดทักษะการแก้ปัญหา

การสร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหา ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร และแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างแบบวัด และดำเนินการสร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ตัวอย่าง โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การวางแผน ออกแบบ ลงมือปฏิบัติทดลอง เก็บรวบรวมข้อมูล การจัดกระทำข้อมูล และการนำเสนอผลงานจากการแก้ปัญหา โดยสร้างแบบวัดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยตอบถูกได้ 1 คะแนน และถ้าตอบผิดได้ 0 คะแนน จำนวน 20 ข้อ มีการหาคุณภาพจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.32 - 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.25 - 0.70 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทั้งฉบับ เท่ากับ 0.75

4.3 แบบประเมินเจตคติต่อวิทยาศาสตร์

การสร้างแบบประเมินเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ 3 ด้าน คือ ทักษะการแก้ปัญหา การทำกิจกรรมกลุ่ม และการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ โดยเรียงจากมากที่สุดไปจนถึงน้อยที่สุด ได้แก่ 5, 4, 3, 2, 1 จำนวน 13 ข้อ มีการหาคุณภาพจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 0.6 - 1.00 มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.30 - 0.70 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.35 - 0.75 ค่าความเชื่อมั่นของแบบประเมินทั้งฉบับ เท่ากับ 0.80

5. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาทักษะการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ดำเนินการวิจัยแบบกลุ่มเดียวทดสอบก่อนและหลัง (One-Group Pretest-Posttest Design)ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

5.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาก่อนเรียน (20 นาที)

5.2 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน รายวิชา วิทยาศาสตร์รอบตัว 2 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2568 จำนวน 3 แผน แผนละ 4 ชั่วโมง รวมเวลาสอนทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง มีขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เสนอสิ่งเร้าและระบุคำถามสำคัญ (Stimulating and Key Questioning)

เป็นขั้นการนำเสนอสิ่งเร้าให้ผู้เรียนสังเกตและเกิดความสงสัย ตั้งคำถามให้นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิม ตั้งสมมติฐาน เพื่อคาดคะเนคำตอบในสิ่งที่สงสัย ครูให้คำแนะนำได้ แต่ไม่เฉลยคำตอบ

ขั้นตอนที่ 2 แสวงหาสารสนเทศและวิเคราะห์ (Searching and Analyzing) เป็นขั้นการพิสูจน์สมมติฐานเพื่อหาคำตอบของคำถาม ครูให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้นักเรียนวางแผนด้วยตนเอง ออกแบบการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ โดยครูสร้างสื่อการเรียนรู้ เช่น ใบกิจกรรม ใบงาน หรือใบความรู้ เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนทำการวิเคราะห์ข้อมูล อาจวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณก็ได้

ขั้นตอนที่ 3 อภิปรายและสร้างความรู้ (Discussing and Constructing) เป็นขั้นแปลความหมายและวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อสรุปผลและสร้างความรู้ด้วยตนเอง อาจมีการสะท้อนความคิดร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน เพื่อปรับปรุงแก้ไข เชื่อมโยงและสรุปไปยังความรู้ที่สร้างขึ้นอย่างถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 4 สื่อสารและสะท้อนคิด (Communicating and Reflecting) เป็นขั้นผู้เรียนนำเสนอการสร้างความรู้ วางแผน ออกแบบการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล ด้วยตนเอง เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการเรียนรู้และการทำงาน โดยการนำเสนอด้วยวิธีต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

ขั้นตอนที่ 5 ประยุกต์และตอบแทนสังคม (Applying and Serving) เป็นขั้นผู้เรียนร่วมกันประยุกต์ความรู้ไปสู่การปฏิบัติในสถานการณ์ใหม่ โดยการสร้างชิ้นงานหรือแบบสร้างนวัตกรรม เพื่อทำประโยชน์

การศึกษาทักษะการแก้ปัญหา...

ให้กับสังคมต่อไป จุดเด่นของกระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน คือ ผู้เรียนต้องสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการทำงานกลุ่ม อาศัยการร่วมมือช่วยเหลือกันเรียนรู้เมื่อมีสถานการณ์ใหม่ แล้วผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ประโยชน์ได้อย่างสร้างสรรค์ ตามความสนใจและความถนัด

5.3 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาหลังเรียน (20 นาที) และทำแบบประเมินเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ (10 นาที)

5.4 นำผลการทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียน และการทำแบบประเมินเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ ไปวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน โดยใช้ค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t - test dependent)

6.2 การศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน โดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในการประเมินความคิดเห็นของนักเรียน โดยการแปลคะแนนเฉลี่ยเป็นรายข้อดังนี้

4.51 - 5.00 แสดงว่า ผู้ตอบมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในระดับ “มากที่สุด”

3.51 - 4.50 แสดงว่า ผู้ตอบมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในระดับ “มาก”

2.51 - 3.50 แสดงว่า ผู้ตอบมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในระดับ “ปานกลาง”

1.51 - 2.50 แสดงว่า ผู้ตอบมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในระดับ “น้อย”

1.00 - 1.50 แสดงว่า ผู้ตอบผู้ตอบมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในระดับ “น้อยที่สุด”

ผลการวิจัย

1. ทักษะการแก้ปัญหา

การเปรียบเทียบคะแนนจากการทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหากลุ่มตัวอย่าง ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน โดยใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที ได้ผลการวิจัยดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน

การทดสอบ	n	$\bar{X}$	S.D.	df	t
ก่อนเรียน	46	13.19	1.91	45	18.23 *
หลังเรียน	46	17.06	1.18		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. เจตคติต่อวิทยาศาสตร์

การศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอนโดยใช้ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ได้ผลดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน

รายการประเมิน	$\bar{X}$	S.D.	แปลความหมาย
ด้านทักษะการแก้ปัญหา			
1. นักเรียนอธิบายลักษณะปัญหาได้อย่างถูกต้อง	4.00	0.81	มาก
2. นักเรียนใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์หาแนวทางแก้ปัญหาได้	3.95	0.78	มาก
3. นักเรียนสืบค้นข้อมูลหลายแหล่ง เพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา	4.00	0.75	มาก
4. นักเรียนสามารถวางแผน ปฏิบัติการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลได้	4.14	0.83	มาก
5. นักเรียนจัดกระทำและแปลความหมายข้อมูลถูกต้อง ครบถ้วน	3.97	0.83	มาก
6. นักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและน่าสนใจ	4.04	0.84	มาก
โดยภาพรวมด้านทักษะการแก้ปัญหา	4.02	0.81	มาก
	4.32	0.83	มาก

ด้านการทำกิจกรรมกลุ่ม

- | | | | |
|--|------|------|-----|
| 7. นักเรียนร่วมแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็น เกี่ยวกับความรู้ และกระบวนการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม | 4.30 | 0.77 | มาก |
| 8. นักเรียนให้ความร่วมมือ รับผิดชอบ เห็นอกเห็นใจ เสียสละ อดทน มีเหตุมีผล ตลอดจนมุ่งมั่นต่อการทำงานสม่ำเสมอ | 4.27 | 0.79 | มาก |
| 9. นักเรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างเป็นระบบ | 4.30 | 0.80 | มาก |

โดยภาพรวมด้านการทำกิจกรรมกลุ่ม

ด้านการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

- | | | | |
|--|------|------|-----|
| 10. ความรู้ทางวิทยาศาสตร์มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาต่าง ๆ | 3.95 | 0.68 | มาก |
| 11. นักเรียนนำทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้หลากหลายรูปแบบ | 3.97 | 0.88 | มาก |
| 12. นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความสามารถด้านเทคโนโลยี | 3.90 | 0.86 | มาก |
| 13. นักเรียนมีทักษะทั้งด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยี และการออกแบบวางแผนการแก้ปัญหามากขึ้น | 4.11 | 0.79 | มาก |

โดยภาพรวมด้านการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน 3.98 0.80 มาก

โดยภาพรวมทุกด้าน 4.07 0.80 มาก

จากตารางที่ 2 การศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน พบว่า นักเรียนมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X}=4.07$, $S.D = 0.80$)

สรุปผลการวิจัย

1. หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี มีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี มีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.07$, $S.D = 0.80$)

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี พบว่า หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน พบว่า นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ เนื่องมาจากกระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการระดมสมอง ในการทำงานกลุ่มจนเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหามากขึ้น ตามแนวคิดของภัทราวดี มากมี. (2562 : น. 9) [5] ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสเชล. (Ausubel, 1968: 7-9)[6] กล่าวไว้ว่า การที่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว โดยมีการจัดลำดับความคิด เพื่อเชื่อมโยงความคิดให้เกิดความรู้ความเข้าใจ เป็นการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายอย่างเป็นระบบ การแลกเปลี่ยนความคิด การชี้แจงเหตุผล การแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน เป็นการร่วมมือร่วมใจระดมสมองทำกิจกรรมกลุ่มของนักเรียนทุกขั้นตอนได้แก่ 1) การทำความเข้าใจลักษณะปัญหา 2) การคิดวิเคราะห์หาแนวทางแก้ปัญหา 3) การสืบค้นข้อมูลหลายแหล่งเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา 4) การออกแบบ วางแผน ลงมือปฏิบัติการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จัดกระทำข้อมูลและแปลความหมายข้อมูลครบถ้วน และ 5) การนำเสนอผลการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและน่าสนใจประกอบกับผู้สอนคอยเสริมแรงและให้คำปรึกษาระหว่างการจัดการเรียนรู้เหล่านี้ ล้วนส่งผลให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของสาลิตา เชาวลิท, พิศเบศรณ์ เวชวิริยะสกุล, และอภิรัตน์ดา ทองแกมแก้ว, [7] ที่ได้ทำการวิจัย เรื่อง การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน (Co-5 STEPs) ร่วมกับการใช้สื่อประสม เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาชีววิทยา 4 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ทำให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด มีคุณลักษณะ สมรรถนะที่พึงประสงค์ นักเรียนเรียนรู้ได้ดีและเร็วขึ้นเพราะได้รับประสบการณ์ตรงจากสื่อที่เป็นรูปธรรม ได้ปฏิบัติจริงซึ่งจะช่วยให้ ประสิทธิภาพในการเรียนดีขึ้น เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติ (Learning by doing) ได้รับอิสระในการริเริ่มความคิดและลงมือทำตามที่คิด แล้วจึงสร้างเป็นองค์ความรู้ขึ้นมา ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนที่สูงขึ้นทั้งด้านความรู้ ความจำ ความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. การศึกษาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน พบว่า นักเรียนมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.07$, $S.D = 0.80$) เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่า รายการที่ผู้ตอบแบบสอบถามเห็นด้วยมากที่สุดอันดับแรก โดยอันดับแรก คือ นักเรียนร่วมแลกเปลี่ยน และรับฟังความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้และกระบวนการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม ($\bar{X} = 4.32$, $S.D = 0.83$) อันดับสอง คือ นักเรียนให้ความร่วมมือ รับผิดชอบ เห็นอกเห็นใจ เสียสละ อดทน มีเหตุมีผล ตลอดจนมุ่งมั่นต่อการทำงานสม่ำเสมอ ($\bar{X} = 4.30$, $S.D = 0.77$) และอันดับสาม คือ นักเรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างเป็นระบบ ($\bar{X} = 4.27$, $S.D = 0.79$) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก กระบวนการเรียนรู้แบบ

รวมพลัง 5 ขั้นตอน เป็นรูปแบบการจัดการศึกษาที่ตอบสนองต่อการเตรียมคนรุ่นใหม่ในศตวรรษที่ 21 ที่มุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรู้และความสามารถ ที่จะดำรงชีวิตได้อย่างมีคุณภาพ ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ทุกแขนง ทั้งด้านความรู้ และทักษะด้านต่าง ๆ มาใช้การแก้ปัญหาและพัฒนาความคิดค้นสิ่งต่าง ๆ ในโลกปัจจุบันได้ เน้นการมีส่วนร่วม ของผู้เรียนกับข้อมูล เครื่องมือทางเทคโนโลยี ความท้าทาย ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความแปลกใหม่ และการแก้ปัญหาอย่างมีความหมาย จากการวิเคราะห์ผลการสอบถามเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ยังพบว่า นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการได้ร่วมแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็น ระหว่างเพื่อนอย่างมีเหตุผล เกี่ยวกับความรู้และกระบวนการแก้ปัญหาาร่วมกันภายในกลุ่ม การร่วมมือ การรับผิดชอบ เสียสละและอดทน ตลอดจนมุ่งมั่นต่อการทำงาน และส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ล้วนส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิทยาศาสตร์ ตลอดจนทำให้นักเรียนสามารถดำรงชีวิตได้อย่างมีคุณภาพในศตวรรษที่ 21 ต่อไปได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ครั้งนี้ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถศึกษาค้นหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์ ตามความถนัดและความสนใจของนักเรียนด้วยตนเอง จัดเป็นการพัฒนาทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ได้พร้อมกับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

1.2 กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนาตนเองให้สามารถพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาด้านต่าง ๆ ได้อย่างมีคุณภาพ

1.3 กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนาด้านคุณธรรม จริยธรรมด้านความรับผิดชอบต่อตนเองและต่อเพื่อนร่วมงาน ร่วมแรงร่วมใจ ทำงานร่วมกันเป็นทีมด้วยความมุ่งมั่นตั้งใจ เห็นแก่ส่วนรวมมากกว่าส่วนตน

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะจำเป็นในศตวรรษที่ 21 ในการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ ได้

2.2 กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ในรายวิชาต่าง ๆ ของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ และ จัดให้แก่แก่นักเรียนทุกระดับชั้นได้

เอกสารอ้างอิง

[1] บรรณรักษ์ คัมรักษา และเพชรลัดดา รักษากิจ, การพัฒนาทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ด้วยการสอนโดยใช้วิจัยเป็นฐาน เรื่อง สมบัติของดิน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเทศบาลแห่งหนึ่งในจังหวัดสุราษฎร์ธานี. วารสารหน่วยวิจัยวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อมเพื่อการเรียนรู้, 2562.

[2] พรทิพย์ ศรีภักทราชัย, STEM Education กับการพัฒนาทักษะในศตวรรษที่ 21. วารสาร นักบริหาร, 2556.

- [3] กระทรวงศึกษาธิการ, หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง 2560). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2552.
- [4] พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ และเพียว ยินดีสุข, สร้างนวัตกรรมบนฐานการวิจัย PLC & Logbook.กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2562.
- [5] ภัทราวดี มากมี และคณะ, โมเดลการวัดทักษะชีวิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษายุคไทยแลนด์ 4.0 ในจังหวัด สระแก้ว. วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา, 2562.
- [6] D. P. Ausubel, Educational Psychology: A Cognitive View. New York: Holt- Rinehart and Winston, 1968.
- [7] สาลิตา เชาวลิท, พัศเบศรณ เวชวิริยะสกุล, และอภิรัตน์ดา ทองแกมแก้ว, “การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนรู้แบบรวมพลัง 5 ขั้นตอน (Co-5 STEPs) ร่วมกับการใช้สื่อประสม เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาชีววิทยา 4 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5,” วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา, ปีที่ 36, ฉบับที่ 1, หน้า 118, เดือนมกราคม – เมษายน 2568.



วารสาร มรภ.กฟ.

วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

Journal of KPRU Science Mathematics and Technology

<https://ph03.tci-thaijo.org/index.php/smt>



ปีที่ 5 ฉบับ 1 มกราคม - มิถุนายน 2569
Vol.5, Issue 1, January - June 2026
ISSN 2822-0196 (Print), ISSN 2822-020X (Online)

SMT KPRU