

ข้อเสนอแนะบางประการสมบัติเชิงควอนตัมของโฟตอนในไฟเบอร์ออฟติก
ที่พิสูจน์โดยสมการคลื่น

Some Conjecture about Quantum Properties of Photon in optical
fiber Proved by Wave Equations

สรายุทธ์ พานเทียน*

สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ลพบุรี 15000

Sarayut Pantian*

Science Program, Faculty of Science and Technology,

Thepsatri Rajabhat University, Lopburi 15000

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาพฤติกรรมของโฟตอนในวัสดุไฟเบอร์ออฟติกแบบไม่เชิงเส้น โดยการเริ่มต้นของสมการแมกซ์เวลล์คำนวณจนได้สมการคลื่นและหาผลเฉลย จากนั้นใช้การแปลงฟูเรียร์และนำไปเปรียบเทียบกับสมการไคลน์-กอร์ดอนภายใต้สมมติฐานว่าโฟตอนมีเนื้อเดียวกันในทุกทิศทางและอยู่ในภาพที่ไม่ขึ้นกับเวลาพบว่ามีความสอดคล้องกัน รวมถึงใช้สมการมวลพลังงานตามทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษมาจัดรูปสมการจนได้ความสัมพันธ์ระหว่างมวลกับความถี่และเลขคลื่น ผลปรากฏว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในไฟเบอร์ออฟติกมีพฤติกรรมคล้ายอนุภาคที่บรรจุคลื่นในตัวพร้อมทั้งมีความเป็นระเบียบสูงหรือกล่าวได้ว่ามีเฟสเริ่มต้นเท่ากันในทุก ๆ อนุภาคกระทั่งสามารถใช้หลักการทับซ้อนของคลื่นกับแอมพลิจูดได้ค่าสูงสุดพอดี ทั้งนี้ ยังพบอีกว่าอนุภาคดังกล่าวเมื่อพิจารณาเชิงควอนตัมและลดรูปให้เลขควอนตัมเป็นศูนย์ยังให้ผลสอดคล้องกับแบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค

คำสำคัญ : โฟตอน, สมการคลื่น, การแปลงฟูเรียร์, ไฟเบอร์ออฟติก, สมการไคลน์-กอร์ดอน

* Corresponding author : sarayut.p@lawasri.tru.ac.th

Received : 15/03/2022

Revised : 31/05/2022

Accepted : 16/06/2022

Abstract

This work examines the behavior of photons in optical fiber materials that are not affected by nonlinear polarization. Maxwell's equation, the wave equation was obtained and the solution was obtained. Then considered the Fourier transformation then compare its solution with the Klein-Gordon equation under the assumption that the photons are homogeneous in all directions and isotropy in a time-independent form. Relation between mass-frequency and wave number was obtained when using the mass-energy equation according to the special theory of relativity to form the equation. As a result, the electric field generated in the optical fiber behaves like a self-contained particle and is highly systematic that the wave-amplitude superposition principle can be applied. They also found that the particles, when considered quantum regime then reduced the quantum numbers as zero, were consistent with the Standard Model of particle physics.

Keywords : Photon, Wave equation, Fourier transformation, Optical fiber, Klein-Gordon equation

ที่มาและความสำคัญ

โฟตอน (photon) คือ อนุภาคภาคมูลฐานชนิดหนึ่งที่มีสมบัติภาวะคู่คลื่นอนุภาค (wave-particle duality) ในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อสรรพสิ่งในจักรวาล นอกเหนือจากการให้ประโยชน์ต่อสิ่งมีชีวิตแล้ว [1] โฟตอนยังเป็นตัวการหลักในการเกิดอันตรกิริยาต่าง ๆ ตามระบุในแบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค (standard model of particle physics) อาทิเช่น อันตรกิริยาไฟฟ้าเกิดจากการแลกเปลี่ยนโฟตอน ทั้งนี้ ปัจจุบันการอธิบายกฎทางกายภาพของโฟตอนนั้นอาศัยทฤษฎีสำคัญอย่างทฤษฎีสันามควอนตัม (quantum field theory) ที่ระบุให้โฟตอนมีสมมาตรในทุก ๆ ตำแหน่งในกาลอวกาศ (spacetime) และสมบัติทางกายภาพของโฟตอนอย่าง มวล ประจุ หรือสปินถูกกำหนดโดยสมมาตรเกจ (gauge symmetry) ซึ่งระบุว่าโฟตอนนั้นไม่มีมวล ไม่แสดงอำนาจทางไฟฟ้าและเป็นอนุภาคที่เสถียร นอกจากนั้นเลขควอนตัมทุกชนิดของโฟตอนมีค่าเป็นศูนย์ [2] และมีพฤติกรรมตามแบบสถิติของโบส-ไอน์สไตน์ (Bose-Einstein statistic) ที่ไม่เป็นไปตามหลักการกีดกันของเพาลี (Pauli exclusion principle) [3]

จากความหมายและสมบัติเชิงควอนตัมของโฟตอนดังกล่าวมาแล้วนั้นกระบวนการศึกษาต้องอาศัยความรู้ด้านกลศาสตร์ควอนตัมผนวกกับทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ สัมพัทธภาพทั่วไป และกลศาสตร์สถิติเป็นหลัก ซึ่งจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงในการคำนวณ สำหรับงานวิจัยนี้เป็นการนำเสนอรูปแบบการบรรยายสมบัติเชิงควอนตัมของโฟตอนโดยใช้สมการคลื่นเป็นหลักภายใต้สมมติฐานว่าโฟตอนมีเนื้อเดียวกันในทุกทิศทางและอยู่ในภาพที่ไม่ขึ้นกับเวลาในกรณีที่ไม่มีสนใจสนามแม่เหล็กและไม่เกิดกระแสไฟฟ้าระหว่างกระบวนการภายในไฟเบอร์ออฟติกเพื่อถ่ายทอดความเข้าใจและประโยชน์ในการประยุกต์ใช้การอธิบายพฤติกรรมของโฟตอนในระบบของไฟเบอร์ออฟติก

วิธีการดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็น ส่วนดังต่อไปนี้

1. ตั้งสมมติฐาน โดยสมมติฐานในงานวิจัยนี้ ได้แก่ โฟตอนมีลักษณะเป็นคลื่นอนุภาคที่รวมตัวกันอย่างเป็นระเบียบในตัวกลางแบบเชิงเส้นที่ไม่มีประจุและกระแสไฟฟ้าภายใน

2. ออกแบบการคำนวณ โดยการคำนวณมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 พิจารณาสมการแมกซ์เวลล์ ดังสมการ

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4)$$

เมื่อ $\vec{E}$ และ $\vec{H}$ คือ สนามเวกเตอร์ของไฟฟ้าและแม่เหล็ก ตามลำดับ $\vec{D}$ และ $\vec{B}$ คือ ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าและแม่เหล็ก ตามลำดับ ทั้งนี้ ภายในตัวกลางไฟเบอร์ออฟติกมีการเกิดโพลาไรเซชันของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังสมการ

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (5)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (6)$$

เมื่อ ϵ_0 และ μ_0 คือ สภาพยอมของสุญญากาศ (vacuum permittivity) และสภาพซึมได้ของสุญญากาศ (vacuum permeability) ในขณะที่ $\vec{P}$ และ $\vec{M}$ คือ โพลาไรเซชันของไฟฟ้าและแม่เหล็ก ตามลำดับ กำหนดให้ภายในไฟเบอร์ออฟติกไม่เกิดโพลาไรเซชันของแม่เหล็ก [4]

2.2 นำสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4) มาจัดรูปสมการจนได้สมการคลื่นโดยการใช้สมบัติของเวกเตอร์ แทนค่าสมการที่ (5) และ สมการที่ (6) ลงไปพร้อมทั้งเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ใช้ในไฟเบอร์ออฟติก

2.3 กระจายพจน์โพลาไรเซชันของไฟฟ้า ดังสมการ

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}_L(\vec{r}, t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \quad (7)$$

เมื่อ $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$ และ $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ คือ พจน์โพลาไรเซชันแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นของสนามไฟฟ้า ตามลำดับ งานวิจัยนี้ถือว่าผลจากโพลาไรเซชันแบบไม่เชิงเส้นมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้อันเนื่องมาจากสมบัติของวัสดุที่ใช้ผลิตไฟเบอร์ออฟติก ทั้งนี้ พจน์โพลาไรเซชันแบบเชิงเส้นที่เริ่มต้น ณ เวลา t ไปจนถึงเวลา t' เขียนได้ดังสมการ

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 X^{(1)}(t_0) \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (8)$$

เมื่อ เวลาในการพิจารณาเป็น $t_0 = t - t'$ และ $X^{(1)}$ คือ สัมประสิทธิ์การโพลาไรเซชันอันดับที่หนึ่งซึ่งเป็น สัมประสิทธิ์แสดงความเป็นเชิงเส้นของสนามไฟฟ้า

2.4 นำสมการคลื่นที่ได้มาพิจารณาความถี่เชิงมุมด้วยการแปลงฟูเรียร์ ดังสมการ

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}, t) \exp(i\omega t) dt \quad (9)$$

จากนั้นแก้สมการหาผลเฉลยทั่วไปของสนามไฟฟ้าที่ขึ้นกับเลขคลื่นและตำแหน่ง

2.5 นำขนาดผลเฉลยที่ได้ผนวกกับสมมติฐานว่าโฟตอนมีเนื้อเดียวกันในทุกทิศทางและอยู่ในภาพที่ไม่ขึ้นกับ เวลาจนทำให้เวกเตอร์ใด ๆ สามารถมองได้ในรูปของปริมาณสเกลาร์มาเปรียบเทียบกับสมการไคลน์-กอร์ดอน (Klein-Gordon equation) ซึ่งเป็นสมการที่อธิบายพฤติกรรมของอนุภาคตามแนวทางของทฤษฎีสถานควอนตัม ดังสมการ

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}\right)\phi = 0 \quad (10)$$

เมื่อ $\phi(x)$ คือ สนามสเกลาร์ ซึ่งเมื่อหาค่าเฉลี่ยพลังงานและโมเมนตัมด้วยวิธีการทางควอนตัม จะได้ความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\langle E \rangle = \left\langle \phi \left| i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right| \phi \right\rangle = \hbar \quad (11)$$

$$\langle p \rangle = \langle \phi | -i\hbar \nabla | \phi \rangle = \hbar k \quad (12)$$

จากนั้น นำความสัมพันธ์นี้มาใช้ร่วมกับสมการการแปลงมวล-พลังงานตามแนวคิดของทฤษฎีสัมพัทธภาพ พิเศษของไอน์สไตน์, $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$, จัดรูปสมการจนได้ความสัมพันธ์ระหว่างมวลกับความถี่และเลขคลื่น

2.6 กำหนดผลเฉลยทั่วไปที่ได้จากขั้นตอนที่ 2.4 ใหม่ด้วยความสัมพันธ์จากขั้นตอนที่ 2.5 จากนั้นเพิ่มแนวคิด ว่าสนามไฟฟ้ารวมนั้นเป็นผลจากการรวมกันของสนามไฟฟ้าย่อยแบบการวางทับซ้อน (superposition) ที่มีความเป็น ระเบียบสูง

2.7 แปลความว่าสนามไฟฟ้าที่ได้นั้นเป็นอนุภาคควอนตัมชนิดหนึ่งจากนั้นนำสนามไฟฟ้างกล่าวมาแทนค่า ลงในสมการไคลน์-กอร์ดอนในสมการที่ (10) และพิจารณาด้วยระบบพิกัดทรงกลมในสามมิติ (r, θ, ϕ) และหาผลเฉลย ด้วยการแยกตัวแปร (separation of variable) เพื่อพิจารณาสนามไฟฟ้างกล่าวมาว่าแสดงสมบัติคล้ายกับอนุภาคควอน ตัมหรือไม่

3. คำนวณตามแนวทางที่ออกแบบและวิเคราะห์ผลการวิจัย

4. สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

1. จากการพิจารณาสมการแมกซ์เวลล์ด้วยข้อกำหนดต่าง ๆ ตามหัวข้อวิธีดำเนินการวิจัย ข้อ 2.1 และ 2.2 จะได้สมการ

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

จากสมการที่ (13) จะได้สมการคลื่นที่อธิบายสนามไฟฟ้าที่ก่อให้เกิดโพลาไรเซชันตามเวลา

2. เมื่อนำสมการคลื่นดังกล่าวมาพิจารณาโพลาไรเซชันเชิงเส้นอันดับที่ 1 ตามสมการที่ (8) จะได้

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\epsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (14)$$

จากสมการที่ (14) จะพบว่ายังอยู่ในรูปของสมการคลื่นที่ปราศจากพจน์ของโพลาไรเซชัน

3. นำสนามไฟฟ้ามาแปลงฟูเรียร์ตามสมการที่ (9) และแก้สมการหาผลเฉลยทั่วไปของสนามไฟฟ้าที่ขึ้นกับเลขคลื่นและตำแหน่ง จะได้ขนาดของสนามไฟฟ้าดังสมการ

$$E = |\vec{E}(\vec{r}, t)| = Ae^{i(kr - \omega t)} \quad (15)$$

ผลเฉลยที่ได้มีความคล้ายคลึงกับฟังก์ชันคลื่นที่ได้จากพิจารณาอนุภาคอิสระในบ่อศักย์แบบสูงอนันต์ ผนวกกับสมมติฐานว่าโฟตอนมีเนื้อเดียวกันในทุกทิศทางและอยู่ในภาพที่ไม่ขึ้นกับเวลาจนทำให้เวกเตอร์ใด ๆ สามารถมองได้ในรูปของปริมาณสเกลาร์ จึงเป็นเหตุให้สามารถพิจารณาเทียบเคียงว่าสนามไฟฟ้านั้นมีพฤติกรรมแบบอนุภาคอิสระ

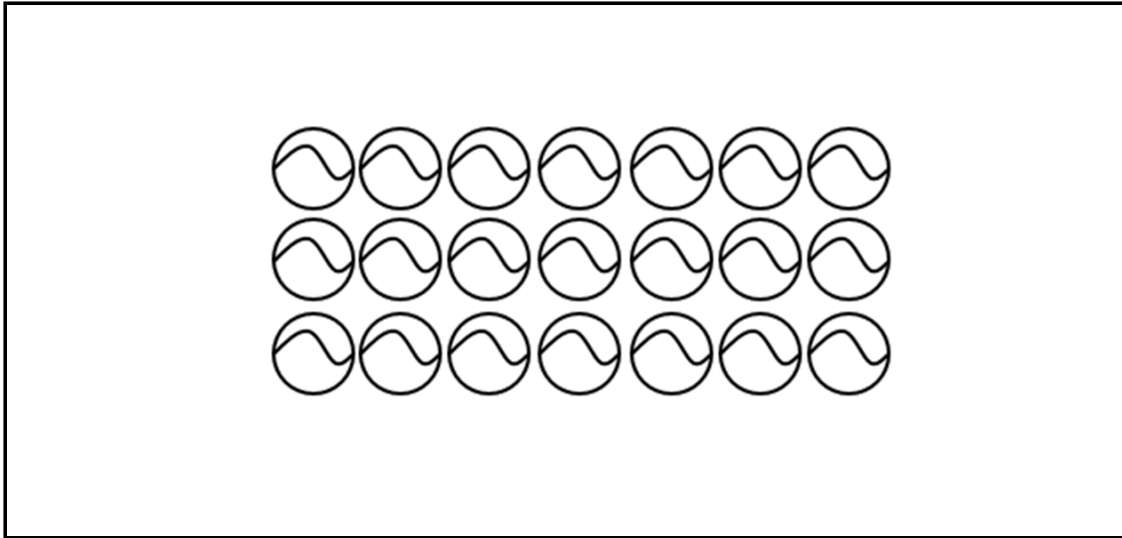
4. เมื่อนำผลเฉลยที่ได้มาใช้กับสมการไคลน์-กอร์ดอน และสมการมวล-พลังงานตามทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$\frac{m^2 c^4}{h^2} = \omega^2 - k^2 c^2 \quad (16)$$

เมื่อนำความสัมพันธ์ดังสมการที่ (16) แทนลงในการสมการที่ (15) จะได้ผลเฉลยดังนี้

$$E_n = \sum a_n e^{i(k_n r - \epsilon_n t)} \quad (17)$$

สมการที่ (17) แปลความว่าสนามไฟฟ้าแสดงพฤติกรรมเป็นอนุภาคเชิงควอนตัมที่บรรจุสมบัติทางฟิสิกส์ทั้งโมเมนตัมและพลังงานที่สามารถตรวจวัดได้ตามวิธีการทางควอนตัม ทั้งนี้ ตัวห้อย n แสดงถึงลำดับอนุภาคซึ่งด้วยการแปลความดังกล่าวสามารถขยายความเพิ่มแนวคิดว่าสนามไฟฟ้ารวมนั้นเป็นผลจากการรวมกันของสนามไฟฟ้าย่อย



ภาพที่ 1: แสดงแบบจำลองลักษณะการจัดเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของอนุภาคโฟตอนที่มีคลื่นวางตัวทับซ้อนแอมพลิจูดของคลื่นพอดีจึงส่งผลให้สนามไฟฟ้ารวมเท่ากับผลรวมของแอมพลิจูดของอนุภาคโฟตอนย่อยที่มีเฟสเริ่มต้นเท่ากัน

แบบการวางทับซ้อนที่มีความเป็นระเบียบสูงกล่าวคือเป็นเนื้อเดียวกันในทุกทิศทางและมีเฟสเท่ากันในทุก ๆ อนุภาค ซึ่งการแปลความจะเป็นไปตามภาพที่ 1 จะพบว่าอนุภาคโฟตอนหรือแสงที่เคลื่อนที่ในไฟเบอร์ออฟติก แสดงความเป็นอนุภาคที่มีคลื่นในตัวโดยอนุภาคคลื่นดังกล่าวมีการจัดเรียงตัว ณ เฟสตรงกันอย่างเป็นระเบียบทำให้แอมพลิจูดของอนุภาคคลื่นแต่ละตัวเสริมกันแบบการวางทับซ้อนพอดีตามสมการที่ (17)

5. พิจารณาด้วยระบบพิกัดทรงกลมในสามมิติ (r, θ, ϕ) และหาผลเฉลยด้วยการแยกตัวแปรเพื่อพิจารณาอนุภาคคลื่นดังกล่าวว่าแสดงพฤติกรรมเชิงควอนตัมหรือไม่ พบว่า อนุภาคไฟฟ้ามีผลเฉลยดังสมการ

$$E(r, \theta, \phi) = \sum_{l,m} (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} (A_{lm} r^l + B_{lm} r^{-l-1}) P_l^{|m|}(\cos \theta) (A'_{lm} \cos m\phi + B'_{lm} \sin m\phi) \quad (18)$$

จากสมการที่ (18) มีความคล้ายคลึงกับผลเฉลยของอนุภาคในบ่อศักย์แบบสูงอนันต์ในระบบพิกัดแบบทรงกลม และเมื่อกำหนดเลขควอนตัมต่าง ๆ เป็นศูนย์ ตามเงื่อนไขที่แบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาคกำหนดไว้ [2] สมการที่ (18) สามารถลดรูปให้ความหมายเดียวกันได้

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาพฤติกรรมของโฟตอนที่เคลื่อนที่ในไฟเบอร์ออฟติกที่ปราศจากผลของการโพลาไรเซชันแบบไม่เชิงเส้น พบว่า โฟตอนแสดงสมบัติความเป็นอนุภาคที่บรรจุคลื่นขณะเคลื่อนที่อาจเรียกได้ว่าอนุภาคคลื่นที่เข้ากันได้กับสมการไคลน์-กอร์ดอนที่อธิบายพฤติกรรมของอนุภาคสัมพัทธภาพ ผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณผนวกกับแนวคิดแบบจำลองลักษณะการจัดเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของอนุภาคโฟตอนที่มีคลื่นวางตัวทับซ้อนแอมพลิจูดของคลื่นที่มี

เฟสตรงกันยังสอดคล้องกับแนวคิดตามแบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค ทั้งนี้ ยังพบอีกว่าเมื่อนำผลเฉลยที่ได้มาพิจารณาตามแนวคิดแบบควอนตัมด้วยระบบพิกัดทรงกลมในสามมิติในกรณีกำหนดเลขควอนตัมเท่ากับศูนย์ก็ยิ่งให้ผลสอดคล้องกับแบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาคอีกด้วย

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ที่สนับสนุนสถานที่และเวลารวมถึงผลักดันให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] Blankenship, R. E. 2002. Molecular mechanisms of photosynthesis. 2nd Edition. Oxford, UK: Blackwell Science.
- [2] Amsler, C.; et al. 2008. Review of Particle Physics. Physics Letters B. 667(1-5): 1-6.
- [3] Halliday, D. Resnick, R. and Walker, J. 2005. Fundamental of Physics. 7th Edition. John Wiley and Sons, Inc.
- [4] Tanaram, C. Phatharacorn, P. Chiangga, S. and Yupapin, P.P. 2015. Analytical and simulation results of micro-ring resonator system using two eyes imaging model. International Journal of Scientific World. 3(2): 227-238.
- [5] Fabiha, R. Lundquis, J. Majumder, S. Topsaka, E. Barman, A and Bandyopadhyay, S. 2022. Spin Wave Electromagnetic Nano-Antenna Enabled by Tripartite Phonon-Magnon-Photon Coupling. Adv. Sci. 2104644 : 1-10.