

คณิตศาสตร์กับความตาย Mathematics with Mortality

อนุพงศ์ สุขเกษม*

โรงเรียนนนทรีวิทยา กรุงเทพมหานคร 10120

Anupong Sukkasem*

Nonsiwitthaya School, Bangkok 10120

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกับความตายของมนุษย์ ในด้านต่าง ๆ ได้แก่ สถิติกับการตาย การประมาณเวลาตาย การตายจากการถูกฆาตกรรม การตายด้วยโรคติดต่อ การประกันชีวิต และค่าใช้จ่ายในพิธีกรรมศพ

คำสำคัญ : คณิตศาสตร์, การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์, ความตาย

Abstract

The importance of mathematics in relation to human mortality was discussed in this article. This includes information on mortality statistics, death time estimation, death from murder, death from communicable disease, life insurance and funeral expenses.

Keywords : Mathematics, Mathematics Application, Mortality

บทนำ

ความตาย (Death) เป็นฉากสุดท้ายของมนุษย์และสิ่งมีชีวิตอื่น ๆ ที่ต้องเผชิญ เป็นกฎธรรมชาติที่ไม่มีใครหลีกเลี่ยงได้ เมื่อเราตายจิตและกายจะดับ ร่างกายมีการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ หัวใจหยุดเต้น สมองไม่สั่งการ ร่างกายไม่

* Corresponding author : kunshy.baicha@gmail.com

ตอบสนองต่อสิ่งที่ได้รับการกระตุ้น สาเหตุของการตายมีได้หลายรูปแบบด้วยกัน ได้แก่ ความชรา หมดสิ้นอายุขัย ตายเพราะเกิดอุบัติเหตุ ถูกทำร้ายจนชีวิต ฆ่าตัวตาย และเจ็บป่วยจากโรคร้ายไข้เจ็บ [2, 15]

คณิตศาสตร์ ศาสตร์ที่ได้รับการกล่าวขานว่าเป็นพื้นฐานของงานทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หรืออาจจะเป็นพื้นฐานของโลก ก็ได้มีบทบาทต่อการตายของมนุษย์เช่นเดียวกัน บทความนี้ได้นำเสนอบทบาทของคณิตศาสตร์ในแง่ต่าง ๆ ตั้งแต่การใช้สถิติในการรวบรวมข้อมูลและการนำเสนอข้อมูลการตาย สาเหตุการตาย และการพิจารณาแนวโน้มอัตราการตายในแต่ละช่วงปี การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการประมาณเวลาตายของผู้เสียชีวิต การใช้ความรู้ทางด้านเรขาคณิต การวัด และตรีโกณมิติในการสืบเสาะหาสาเหตุการในคดีฆาตกรรม การใช้ความรู้ทางด้านสมการเชิงอนุพันธ์ในการหาอัตราการแพร่กระจายของโรคระบาด การใช้ความรู้ทางด้านความน่าจะเป็นในการพิจารณาโอกาสที่คน ๆ หนึ่งจะเสียชีวิตแต่ละช่วงอายุในงานประกันภัย และใช้การประมาณค่าใช้จ่ายสำหรับการจัดงานศพในยุคทุนนิยม ซึ่งผู้อ่านจะได้ศึกษาผ่านการค้นคว้าของผู้เขียนที่จะได้นำเสนอในแต่ละหัวข้อดังต่อไปนี้

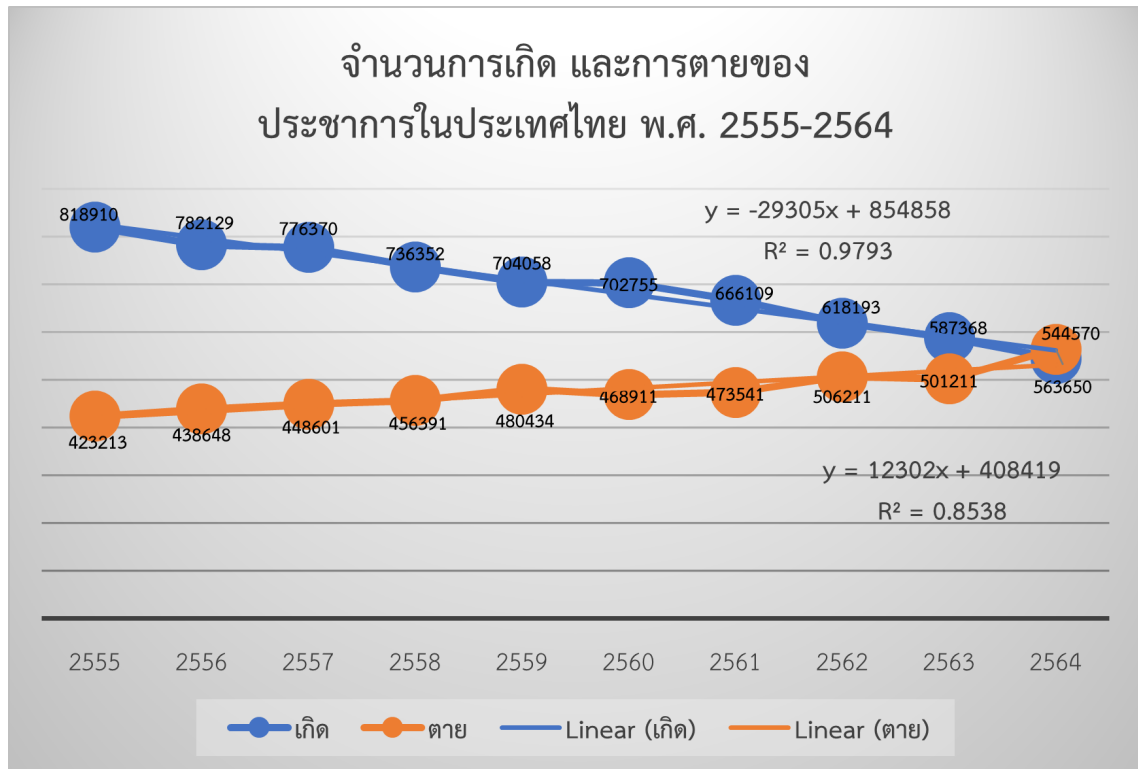
สถิติกับการตาย

สถิติ (Statistics) เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยเรื่องของระเบียบวิธีการที่ประกอบไปด้วยการรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการตีความหมายของข้อมูล โดยมุ่งเน้นไปที่การบรรยายให้เห็นภาพรวมของข้อมูล และอ้างอิงคุณลักษณะบางประการของประชากร โดยอาศัยแหล่งข้อมูลซึ่งอาจจะเป็นข้อมูลโดยตรงที่ผู้ใช้งานข้อมูลเป็นคนรวบรวมเอง เรียกว่า แหล่งข้อมูลปฐมภูมิ (Primary Source) หรืออาจจะไม่ใช่ข้อมูลที่ผู้ใช้งานรวบรวมเอง แต่อาศัยข้อมูลที่มีการรวบรวมไว้ก่อนหน้า เรียกว่า แหล่งข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Source) [3]

บทบาทของสถิติที่มีความเกี่ยวข้องกับความตายเป็นอย่างมาก ในระดับรัฐข้อมูลการตายมีความสำคัญในการตัดสินใจเชิงนโยบายเพื่อพัฒนางานทางด้านสาธารณสุข ว่าการตายมีสาเหตุมาจากอะไร โรคใดที่ฆ่าประชากรสูงสุดในแต่ละปี อัตราการฆ่าตัวตายในแต่ละปีเพิ่มขึ้นหรือลดลงเพียงใด ข้อมูลเหล่านี้นำไปซึ่งการวางแผนเพื่อให้ประชากรมีสุขภาพจิตและสุขภาพร่างกายที่ดีขึ้น ในปี พ.ศ. 2563 พบสาเหตุการตายของประชากรไทยหลัก ๆ ได้แก่ โรคมะเร็ง โรคหลอดเลือดในสมอง ปอดอักเสบ โรคหัวใจขาดเลือด และอุบัติเหตุบนท้องถนน และ ในช่วงปี พ.ศ. 2555-2564 อัตราการตายโดยการพิจารณาการตายอย่างหยาบ (Crude death rate: CDR) มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น คือ 7.5 ต่อประชากร 1,000 คน อัตราการตายของเพศชาย คือ 8.3 และเพศหญิง คือ 6.3 ต่อประชากร 1,000 คน การคำนวณอัตราการตายจะใช้ข้อมูลจำนวนคนที่ตายในแต่ละปี (D) เทียบกับจำนวนประชากรในวันที่ 1 กรกฎาคมของแต่ละปี (P_m) ซึ่งกำหนดให้เป็นวันกลางปี สามารถคำนวณอัตราการตายได้จาก [1]

$$CDR = \frac{1000D}{P_m}$$

ระยะเวลาในช่วง พ.ศ. 2555-2564 ในระยะเวลา 9 ปีนี้ จำนวนการเกิดของประชากรลดลง ในขณะที่จำนวนการตายของประชากรเพิ่มขึ้น โดยในปี 2564 จำนวนการเกิดและจำนวนการตายของประชาชนมีจำนวนที่แทบไม่แตกต่าง



ภาพที่ 1: กราฟเส้นแสดงจำนวนการเกิดและการตายของประชากรในประเทศไทย

ต่างกัน ผู้เขียนนำข้อมูลมาสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล โดนเลือกความสัมพันธ์แบบเส้นตรง ถ้าให้ k คือ ปี พ.ศ. โดยที่ $x = k - 2554$ จะได้ว่า จำนวนประชากรที่เกิดในแต่ละปี (y_b) และจำนวนประชากรที่ตายในแต่ละปี (y_d) ประมาณได้จาก

$$y_b = -29,305x + 854,858$$

$$y_d = 12,320x + 408,419$$

ถ้าใช้สมการทั้งสองนี้ประมาณการในปี พ.ศ. 2574 หรือใน 10 ปี ข้างหน้า จะได้ว่าจำนวนการเกิด ประมาณ 2 แสนกว่าคน ในขณะที่จำนวนการตายเกือบ 7 แสนคน แสดงถึงปัญหาอัตราการเกิดน้อยลงและอัตราการตายเพิ่มขึ้น

จากที่กล่าวมาในหัวข้อนี้จะเห็นได้ว่าสถิติที่เป็นเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากในการศึกษาทางด้านประชากร โดยเฉพาะสาเหตุของการตาย อัตราการตาย ข้อมูลที่มีการรวบรวม นำเสนอ วิเคราะห์ และตีความหมายนั้น จะถูกนำไปเป็นสารสนเทศที่นำไปใช้ในการขับเคลื่อนนโยบายเพื่อให้ประชาชนมีคุณภาพชีวิตที่ดี

การประมาณเวลาตาย

ในทางคดีอาญาหรือคดีแพ่ง การทราบระยะเวลาที่ผู้ตายเสียชีวิตมีความสำคัญเป็นอย่างมากในการชันสูตรศพ การประมาณระยะเวลาของผู้ตายสามารถทำได้หลายวิธี โดยแต่ละวิธีต่างก็มีประสิทธิภาพที่แตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับสภาพศพและพยานแวดล้อมต่าง ๆ โดยปกติแล้วเราสามารถประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของผู้ตายได้ด้วย 2 ลักษณะ คือ การตรวจสอบสภาพศพ และ การตรวจสอบสภาพแวดล้อมของศพ สำหรับการตรวจสอบสภาพศพ สามารถทำได้หลากหลายวิธี เช่น วิธีที่เรียกว่าการใช้ปฏิกิริยาเหนือชีวิต เป็นการใช้อายุของเซลล์ที่อยู่ในส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย เพราะเมื่อร่างกายของเราดับไปแต่เซลล์จะมีอายุอยู่ในระยะเวลาช่วงหนึ่งที่แตกต่างกัน เช่น เซลล์ภายในตับอยู่ได้ 40 นาที นอกจากนี้ยังสามารถใช้วิธีการอื่นอย่างการพิจารณาการแข็งตัวของศพ การพิจารณาการเน่าเปื่อยของศพ โดยทั่วไปแล้วศพจะเน่าเหม็นอย่างเต็มที่เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 72 ชั่วโมง ส่วนการตรวจสอบสภาพแวดล้อมของสถานที่ที่พบศพ โดยอาจจะพิจารณาการแข็งตัวของคราบเลือดตามพื้นหรือผนัง [26, 33]

งานวิจัยของวรเชษฐ์ ขอบใจ [20] ได้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการประเมินช่วงเวลาตาย (t : ชั่วโมง) ของการตายที่มีความผิดปกติ โดยมีรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential) โดยอาศัยการพิจารณาค่าความเข้มข้นของโพแทสเซียมไอออน (K^+ : มิลลิโมล/ลิตร) จากในน้ำวุ้นลูกตาและเลือด ได้จาก

$$K^+ = 2.799 + 7.491(1 - e^{-0.1159t}) ; \text{ใช้ความเข้มข้นของโพแทสเซียมไอออนในน้ำวุ้นลูกตา}$$

$$K^+ = 3.795 + 39.575(1 - e^{-0.1047t}) ; \text{ใช้ความเข้มข้นของโพแทสเซียมไอออนในเลือด}$$

ในขณะที่งานเขียนของ Dillon [33] ใช้การประมาณระยะเวลาที่ตายด้วยความเข้มข้นของโพแทสเซียมไอออนในน้ำวุ้นลูกตาเช่นเดียวกัน แต่มีแบบจำลองอยู่ในรูปสมการเส้นตรง คือ

$$7.14K^+ - 39.1 = t$$

การพิจารณาค่าความเข้มข้นจากโพแทสเซียมไอออนจากของเหลวของผู้ตายต้องใช้เวลากว่าที่จะทราบค่าดังกล่าว การประมาณระยะเวลาที่เสียชีวิตอาจอาศัยการวัดอุณหภูมิต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ อุณหภูมิของสภาพแวดล้อม (T_a) อุณหภูมิเริ่มต้นที่ 37°C หรือ 98.6°F (T_0) อุณหภูมิ ณ เวลาที่เสียชีวิต (T_t) (Berdan.2018) โดยคำนวณระยะเวลาที่เสียชีวิต (t) ได้จาก

$$T_t = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \text{ เมื่อ } k \text{ คือ ค่าคงที่การสลายตัว}$$

และเมื่อแก้สมการจะได้

$$t = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{T_t - T_a}{T_0 - T_a}\right)$$

ประโยชน์จากการทราบเวลาผู้ตายเสียชีวิตมานานเท่าไรแล้ว ย่อมมีผลประโยชน์ต่อการพิจารณารูปคดี เราสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับความชำนาญ หลักฐาน ข้อมูล สภาพแวดล้อม และยังสามารถใช้ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลในการไขปริศนาคดีได้

ตายจากการถูกฆาตกรรม

เกือบตลอดในรอบ 1 ปี มีการรวบรวมข้อมูลในช่วง ตุลาคม 2563 จนถึง สิงหาคม 2564 มีคดีอาชญากรรม ได้แก่ พยายามฆ่า ทำร้ายร่างกาย ทำร้ายผู้อื่นจนถึงแก่ความตาย และข่มขืนกระทำชำเรา รวมแล้วกว่า 6 พันคดี [11] การดำเนินคดีและการสืบสวนของเจ้าหน้าที่ตำรวจและงานทางด้านนิติวิทยาศาสตร์ต้องทำงานอย่างหนักเพื่อเสาะหาคนร้ายมาดำเนินคดี สำหรับหัวข้อนี้ จะนำเสนอบทบาทของคณิตศาสตร์ในการไปอำนวยความสะดวกให้กับงานสืบสวนสอบสวน โดยการสืบจากวิถีกระสุนและรอยคาบเลือด ดังต่อไปนี้

สืบจากวิถีกระสุน

บ่อยครั้งการเกิดคดีฆาตกรรม ผู้เสียชีวิตมักจะตายด้วยการใช้อาวุธปืนของฆาตกร เพราะปืนเป็นอาวุธสังหารที่หยิบจับง่ายและยังเป็นที่นิยมสำหรับการฆ่าตัวตาย [36] บางครั้งการสืบเสาะหาคนร้ายอาจใช้วิถีกระสุนจากที่เกิดเหตุเพื่อดูว่าคนร้ายยิงปืนจากตำแหน่งใด ถ้าการยิงเข้าหาวัตถุแบบตั้งฉาก รุกกระสุนที่พบจะเป็นลักษณะวงกลม ในขณะที่การยิงในแนวเฉียงรุกรกระสุนบนวัตถุจะเป็นรูปวงรี และสามารถพิจารณาตำแหน่งของผู้ยิงว่าอยู่ห่างจากวัตถุเท่าไรโดยการพิจารณาจากรอยร้าวบนตัววัตถุ การศึกษาของชูชาติ โชคสถาพรและคณะ [6] ที่ศึกษาวิถีการยิงโดยทดลองกับกระจกรถยนต์ และการศึกษาของอัจฉราพร พาเก่าน้อย และคณะ [28] ที่ทำการศึกษาร่องรอยกระสุนจากแผ่นโลหะพบว่าความรีของรุกรกระสุนจะมากขึ้นเมื่อมุมระหว่างวิถีกระสุนกับวัตถุในแนวระนาบมีค่าน้อย และระยะทางที่ใกล้กว่าจะทำให้รอยร้าวบนวัตถุมีจำนวนมากกว่า

รอยร้าวบนวัตถุสามารถนำมาพิจารณาองศาการยิงได้ ลักษณะรอยร้าวมี 2 ลักษณะ คือ รอยร้าวแบบ Radial มีลักษณะคล้ายซี่ล้อจักรยาน และ แบบ concentric มีลักษณะเป็นชุดของวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่เดียวกัน งานวิจัยของพิมพ์ลภัส ศรีอิมแก้ว และ เอกสันต์ สุขวัจน์ [16] ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการประมาณขนาดของมุม (θ) ในหน่วยองศาโดยอาศัยจำนวนรอยร้าว (R) แบบ Radial ที่กระจกด้านหน้ารถยนต์ จำแนกตามประเภทกระสุนไว้ดังนี้

$$\theta = 0.227R + 40.21 ; \text{ชนิดกระสุน .38}$$

$$\theta = 0.133R + 49.00 ; \text{ชนิดกระสุน .357}$$

$$\theta = 0.050R + 64.00 ; \text{ชนิดกระสุน 9 มม.}$$

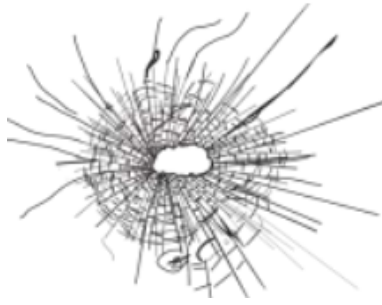
$$\theta = 0.311R + 34.77 ; \text{ชนิดกระสุน 11 มม.}$$



รอยร้าวแบบ Radial

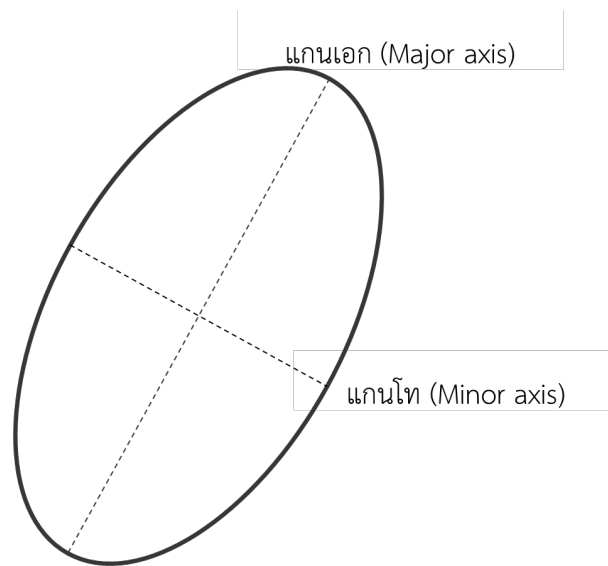


รอยร้าวแบบ Concentric



รูกระสุน และรอยร้าวบนกระจกที่มีทั้งแบบ Radial และ Concentric

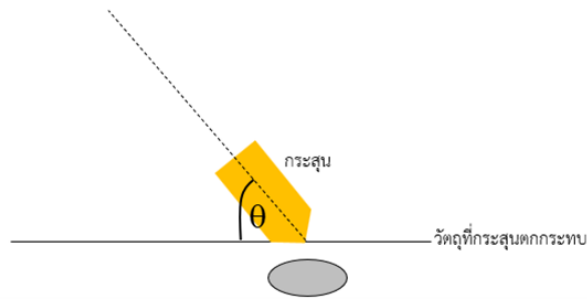
ภาพที่ 2: ลักษณะรอยร้าวบนกระจก [6]



ภาพที่ 3: วงรี

จากที่กล่าวไปเบื้องต้น ถ้ารูกระสุนเป็นรูปวงกลมแสดงว่าแนวยิงจะยิงมาในแนวตั้งฉาก แต่ถ้าเป็นวงรี แสดงว่าการยิงมาจากแนวอื่น ๆ สำหรับรูปวงรีนั้นจะมีความยาวด้านที่สั้นที่สุดหรือแกนโทของวงรี (Minor Axis: M_n) และความยาวของด้านที่ยาวที่สุดของวงรีหรือแกนเอก (Major Axis: M_j) ซึ่งเราจะใช้ความยาวของแกนเอกและแกนโทมาคำนวณหาทิศทางของการยิงและตำแหน่งของคนร้ายร่วมกับความรู้เรื่องตรีโกณมิติ

สมมติเหตุการณ์ จากที่เกิดเหตุพบรอยกระสุนบนผนังห้อง รอยกระสุนมีลักษณะเป็นรูปวงรี และจากพื้นไป



ภาพที่ 4: แผนภาพแสดงการตกกระทบของกระสุนปืนและวัตถุ

ยังรอยกระสุนมีความสูง h หน่วย เราทำการวัดความยาวแกนเอกและแกนโท ได้ค่า M_j และ M_n หน่วย ตามลำดับ เราสามารถคำนวณมุมที่ยิงมาหรือแนวยิง (θ) ได้จาก

$$\theta = \arcsin \frac{M_n}{M_j}$$

และสามารถหาระยะทาง (d) ที่ผู้ยิงยืนห่างจากผนังห้อง ได้จาก

$$d = h \cdot \tan \theta$$

สืบจากการวัดระยะก้าว

ณ แหล่งเกิดเหตุ หลักฐานชิ้นหนึ่งที่น่าจะทิ้งร่องรอยไว้ คือรอยทางเดินที่อาจจะเป็นทั้งเหยื่อ หรือผู้ก่อคดี เราสามารถใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีการคิดค้นไว้ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น ในการประมาณความสูงของคน ๆ หนึ่ง (h : เซนติเมตร) โดยใช้ระยะความห่างของก้าวเดิน (w : เซนติเมตร) ได้จาก [9]

$$h = 0.212w + 155.720$$

สืบจากกระดูกมนุษย์

ผู้เสียชีวิตที่โดนฆาตกรรมจากการฆ่าหั่นศพ การค้นพบอาจล่าช้าจนเนื้อร่างกายสลายไปหมดเหลือเพียงกระดูกเท่านั้น ชิ้นส่วนกระดูกที่พบเจออาจช่วยให้เราประมาณการความสูงของผู้ตายได้ (h : เซนติเมตร) โดยใช้ความยาวชิ้นส่วนในหน่วยเซนติเมตรได้แก่ กระดูกขาอ่อน (femur: F) กระดูกส่วนแข้ง (tibia: T) กระดูกต้นแขน (humerus: H) และ กระดูกปลายแขน (radius: R) โดยแยกเป็นผู้ชายผู้หญิง ได้จากสมการ [35]

$$\text{สำหรับเพศชาย} \quad h = 69.089 + 2.238F$$

$$h = 81.688 + 2.392T$$

$$h = 73.570 + 2.970H$$

$$h = 80.405 + 3.650R$$

สำหรับเพศหญิง

$$h = 61.412 + 2.317F$$

$$h = 72.752 + 2533T$$

$$h = 64.977 + 3144H$$

$$h = 73.502 + 3.876R$$

สืบจากรอยเลือด

นอกจากจะสืบคดีโดยอาศัยแนววิถีกระสุนแล้ว เรายังสามารถพิจารณารอยหยดเลือดของเหยื่อว่าเหยื่อถูกทำร้าย ณ ตำแหน่งใด มีการขัดขึ้นหรือหนีจากจากฆาตกรอย่างไร หรือทั้งหมดทั้งมวลเป็นแค่การฆาตกรรมจัดฉาก ถ้าเลือดมีการหยดในแนวตั้งฉากกับพื้น รอยเลือดจะมีลักษณะเป็นวงกลม หากแต่ไหลลงในแนวอื่น ๆ หรือขนาดของมุม (θ : $0^\circ < \theta < 90^\circ$) ที่การไหลของหยดเลือดกระทำกับพื้น จะให้รอยเลือดเป็นวงรี เช่นเดียวกับรอยรูกระสุนอย่างที่เคยได้กล่าวไป โดยการหาขนาดของมุมที่เส้นทางการเคลื่อนที่กระทำกับพื้นหาได้จากค่าผกผันของไซน์ของความยาวแกนโทหารด้วยความยาวของแกนเอกของวงรี ($\theta = \arcsin \frac{M_n}{M_j}$) และถ้าจะพิจารณาต่อไปว่า เหยื่อมีการเคลื่อนที่หรือวิ่งหนีอย่างไร โดยใช้ความรู้เรื่องเวกเตอร์กับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) ในการพิจารณาความเร็วในแนวดิ่งหรือความเร็วของเลือดที่ไหลตกสู่พื้น (v_y) และความเร็วในระดับหรือความเร็วของเหยื่อที่กำลังเคลื่อนที่ (v_x) ถ้าเราทราบความสูงของจากจุดกำเนิดเลือดบนร่างกายผู้ตายถึงพื้น สามารถคำนวณหาความเร็วของเหยื่อที่กำลังหนีคนร้ายได้จาก [12]

$$v_x = \frac{v_y}{\tan \theta}$$

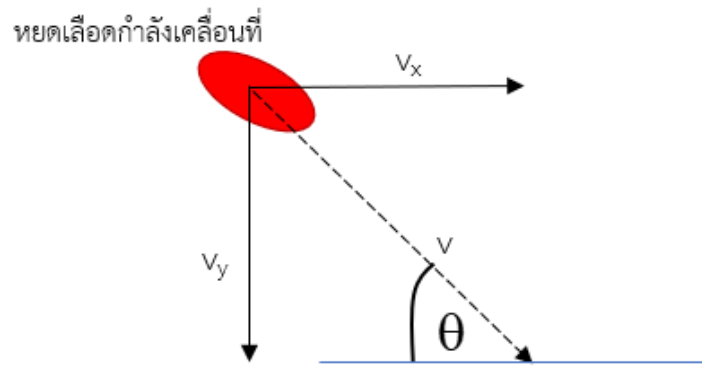
โดยที่

$$v_y = \sqrt{2gh}$$

จะได้

$$v_x = \frac{\sqrt{2gh}}{\tan[\arcsin \frac{M_n}{M_j}]}$$

นอกจากนี้งานวิจัยของรุ่งรพีพรรณ อุจวาที [19] ยังได้พัฒนาสูตรสำหรับการหามุมตกกระทบของเลือดเพื่อให้มีความแม่นยำขึ้น โดยใช้ความยาวแกนเอกและแกนโทของวงรีซึ่งเป็นรอยเลือดเช่นกัน โดยสูตรที่พัฒนาออกมานั้นคือ



ภาพที่ 5: แผนภาพรอยหยดเลือด และแนวทิศทางของหยดเลือด

$$\theta = 1.397 + 1.217 \cdot \arcsin \frac{M_n}{M_j}$$

และในงานวิจัยเดียวกันยังได้ศึกษาเพิ่มเติม โดยจำแนกของพื้นที่ผิวที่หยดเลือดตกกระทบ ได้แก่ กระจาด กระจก กระเบื้องแผ่นเรียบ และไม้อัด โดยสามารถคำนวณมุมตกกระทบได้ดังนี้

$$\theta = 1.168 + 1.236 \cdot \arcsin \frac{M_n}{M_j} ; \text{สำหรับพื้นผิวกระจาด}$$

$$\theta = 1.740 + 1.205 \cdot \arcsin \frac{M_n}{M_j} ; \text{สำหรับพื้นผิวกระจก}$$

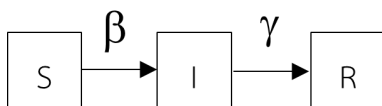
$$\theta = 0.382 + 1.184 \cdot \arcsin \frac{M_n}{M_j} ; \text{สำหรับพื้นผิวกระเบื้องแผ่นเรียบ}$$

$$\theta = 3.006 + 1.224 \cdot \arcsin \frac{M_n}{M_j} ; \text{สำหรับพื้นผิวไม้อัด}$$

ในการปฏิบัติจริงมักมีความคลาดเคลื่อนในการวัดเสมอ เนื่องจากสาเหตุที่เป็นตัวแปรอื่นที่ไม่สามารถควบคุมได้ ซึ่งอาจทำให้การสืบเสาะคดีมีความคลาดเคลื่อนไป การสืบโดยใช้วิธีการสุ่ม รอยเท้า กระดูกมนุษย์ และรอยคราบเลือดเป็นเพียงส่วนหนึ่งในการไขคดี ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ผู้ไขคดีต้องใช้หลักฐานและพยานแวดล้อมอย่างอื่นในการหาคำตอบควบคู่กันไป

ตายด้วยโรคติดต่อ

โรคติดต่อ (Communicable Disease) เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อหรือพิษร้ายที่สามารถแพร่กระจายผ่านพาหะ อาจจะเป็นสัตว์แพร่สู่คนหรือคนแพร่สู่คนด้วยตนเอง ซึ่งถ้าโชคร้ายอาจนำไปสู่การเสียชีวิตได้ โรคติดต่ออันตรายมีหลายโรค เช่น ไข้เลือดออก วัณโรค หนองใน อูจจาระร่วง หรืออย่างโรคติดต่อล่าสุดคือ โรคที่มาจากเชื้อไวรัสโคโรนา หรือใน



ภาพที่ 6: แผนภาพ SIR [18]

ชื่อที่เราคุ้นเคยกันว่าโควิด-19 [13, 22]

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) มีความสำคัญต่อการอธิบายปรากฏการณ์ หรือ คาดการณ์อัตราการเกิดโรคหรืออัตราผู้เสียชีวิต นำไปสู่การกำหนดนโยบายเกี่ยวกับการควบคุมโรคของรัฐ [18, 32] สมมติว่าเรามีข้อมูลเกี่ยวกับโรคโรคหนึ่งที่คนหนึ่งคนสามารถแพร่กระจายโรคให้ผู้อื่นได้รับเชื้อ 5 คน ในระยะเวลา 1 วัน ดังนั้นถ้าเวลาผ่านไป 5 วัน จะพบว่ามียุติติเชื้อทั้งหมด $1+5+5^2+5^3+5^4+5^5$ คน หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์แทน จำนวนการบวก คือ $\sum_{i=0}^5 5^i$ ซึ่งเท่ากับ 3,906 คน แต่ในความเป็นจริงแล้วโรคระบาดหรือโรคติดต่อนั้น ในขณะที่มีการติดเชื้อเมื่อเวลาผ่านไปการบอกจำนวนประชากรในแต่ละช่วงขณะ อาจจะได้ไม่ได้เพิ่มหรือเปลี่ยนแปลงอย่างคงที่ เพราะยังมีกลุ่มที่ได้รับเชื้อแล้วหายติดเชื้อ หรือติดเชื้อแล้วเสียชีวิต สำหรับโรคติดต่อนั้นมักจะใช้แบบจำลองที่มีชื่อว่า SIR ที่คิดค้นโดย Kermack และ Mckendrick [29] มาเป็นตัวแทนสำหรับโรคติดต่อนั้น ๆ ที่แบ่งลักษณะของประชากรออกเป็น 3 กลุ่ม โดย S คือจำนวนผู้ที่มีความเสี่ยงในการติดเชื้อ (Susceptible) I คือ จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อ (Infectious) และ R คือจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อ (Recovered) ถ้าให้ N คือ จำนวนคนทั้งหมดจะได้ $N = S + I + R$ โดยแบบจำลอง SIR มีลักษณะเป็นแผนภาพ ดังนี้

กำหนดให้ β และ γ แทนอัตราการแพร่เชื้อ และอัตราการหายจากโรค ตามลำดับ จะได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

สำหรับการหาคำตอบเราจะใช้ความรู้เรื่องการหาคำตอบสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) การหาจุดสมดุล (Equilibrium Points or Steady States) การหาค่าเพิ่มขนาดของจำนวนขั้นพื้นฐาน (Basic Reproduction Number: R_0) และความเสถียรของจุดสมดุล (Stability Classification of Equilibrium Points) [29] แบบจำลอง SIR สามารถเพิ่มเติมหรือปรับเปลี่ยนตามคำถามที่ผู้วิจัยสนใจเกี่ยวกับโรคนั้น อาจเพิ่มเติมด้วยอัตราการเสียชีวิต อัตราการหายจากโรคแล้วได้รับเชื้อซ้ำ สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากตำราที่เกี่ยวข้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โรคติดต่อนี้ (Mathematical Modeling for infectious disease)

จากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้เห็นบทบาทของการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสร้างตัวแบบเพื่อทำความเข้าใจ หาแนวทางในการแก้ปัญหา พยากรณ์จำนวนผู้ติดเชื้อและผู้เสียชีวิต นำไปสู่การกำหนดนโยบายของท้องถิ่นเพื่อควบคุมไม่ให้โรคต่าง ๆ มีการแพร่ระบาดไปสู่วงกว้างต่อไป

ประกันชีวิต

การประกันชีวิตเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะช่วยให้เราจัดการปัญหาที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต เช่น การป่วยด้วยโรคภัย การทุพพลภาพจากอุบัติเหตุจนไม่สามารถประกอบอาชีพได้ หรือการเสียชีวิต เป็นการสร้างความมั่นคงให้แก่ตนและครอบครัว เป็นการออมทรัพย์ ลดหย่อนภาษี หรือประโยชน์ทางการลงทุน ผู้ทำประกันจะได้รับการชดเชยอันเนื่องมาจากการเสียชีวิต ชราภาพ พิกัด หรือมีชีวิตมาจนถึงตามระยะเวลาที่กำหนดตามข้อตกลงซึ่งเรียกว่ากรมธรรม์ [5, 8, 10, 21, 23, 24]

หลักการประกันชีวิต ต่างก็อาศัยแนวคิดและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับพื้นฐานไปจนถึงคณิตศาสตร์ขั้นสูงอย่างเซต ทฤษฎีเกี่ยวกับการนับ (Theory of Counting) แคลคูลัส รวมจนถึงหลักการทางสถิติเพื่อเป็นฐานของการคิดเกี่ยวกับผลประโยชน์ที่เกิดจากงานประกันชีวิต เช่น ดอกเบี้ยทบต้น ค่ารายปี ค่าเงินปัจจุบัน ค่างวดประกันชีวิตรายปี [4] บริษัทประกันชีวิตต่างก็ใช้คณิตศาสตร์เพื่อออกแบบการประกันภัยหรือการประกันชีวิตเพื่อทำการตลาดแข่งกับบริษัทอื่น ๆ ในขณะที่บริษัทตนไม่ขาดทุน โดยสร้างตารางมรณะ (Mortality Tables) เพื่อหาความน่าจะเป็นที่คน ๆ หนึ่งจะมีโอกาสเสียชีวิตหรือรอดชีวิตในช่วงอายุช่วงหนึ่ง จากนั้นจะนำความน่าจะเป็นนี้ไปคำนวณเข้ากับอัตราดอกเบี้ยทบต้น ระยะเวลาในการเอาเงินประกัน เพื่อหาเบี้ยประกันที่ผู้ทำประกันต้องชำระต่อไป ผู้อ่านลองพิจารณาตัวอย่างตารางมรณะต่อไปนี้

จากตารางมรณะ ถ้าเราอยากรู้ว่าผู้ชายที่อายุ 35 ปี จะมีความน่าจะเป็นเท่าใดที่จะมีชีวิตมาจนถึง 40 ปี สามารถหาได้จาก $\frac{957,157}{967,531} = 0.9893$ หรืออาจกล่าวความน่าจะเป็นที่ชายวัย 35 เสียชีวิตระหว่างนี้มีค่าเท่ากับ $1 - 0.9893 = 0.0107$

สำหรับผู้สนใจทำประกันเพื่อวางแผนอนาคต ควรพิจารณาความต้องการของตนเอง ระยะเวลาที่มีการคุ้มครองจำนวนเงินที่ต้องการรับผลประโยชน์ รวมไปถึงความสามารถชำระเงินประกัน และศึกษาเงื่อนไข ซึ่งรูปแบบการประกันชีวิตมีหลายแบบ ทั้งแบบชั่วคราว (Term Insurance) แบบตลอดชีพ (Whole Life Insurance) แบบสะสมทรัพย์ (Endowment Insurance) และ แบบเงินได้ประจำ (Annuities Insurance) โดยแต่ละแบบมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกันไป ผู้สนใจควรศึกษาอย่างละเอียดของเงื่อนไขในแต่ละกรมธรรม์

ค่าใช้จ่ายในการพิธีกรรมศพ

เมื่อเราเกิดมาเราก็มีค่าใช้จ่ายเพื่อการทำคลอด ระหว่างที่มีชีวิต ก็มีค่าใช้จ่ายเพื่อการใช้ชีวิต ค่าอาหาร ค่า

ตารางที่ 1: ตัวอย่างตารางมรณะ

อายุ	ชาย		หญิง	
	จำนวนคนที่มีชีวิต (l_x)	จำนวนผู้เสียชีวิต (dx)	จำนวนคนที่มีชีวิต (l_x)	จำนวนผู้เสียชีวิต (dx)
	$dx = l_x - l_{x+1}$		$dx = l_x - l_{x+1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	975,729	1,521	989,815	495
31	974,208	1,569	989,321	511
32	972,639	1,629	988,810	531
33	971,010	1,699	988,279	555
34	969,311	1,779	987,724	583
35	967,531	1,868	987,141	617
36	965,663	1,964	986,524	658
37	963,700	2,067	985,866	705
38	961,632	2,178	985,161	759
39	959,454	2,297	984,402	820
40	957,157	2,426	983,583	888
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

จากตารางมรณะไทย 2560 [25]

รักษาพยาบาล ค่าเดินทาง ค่าการศึกษา และแม้กระทั่งเมื่อเราสิ้นลมหายใจก็ยังมียค่าใช้จ่าย นั่นคือค่าใช้จ่ายในการจัดการศพกับร่างกายเมื่อเราได้ลาโลกใบนี้ไป การจัดการงานศพให้ผู่วยชน เป็นการจัดการของบุคคลในครอบครัว ลูกหลาน สามี ภรรยา หรือเครือญาติอื่น ๆ เพื่อแสดงกตัญญูและความรักเป็นครั้งสุดท้าย สำหรับการจัดงานศพในปัจจุบันของศาสนาพุทธมียค่าใช้จ่ายในการจัดการพิธีกรรมอวมงคลนี้ค่อนข้างสูงมาก เนื่องจากปัญหาของการขาดความเข้าใจในจุดมุ่งหมายของการจัดพิธีศพและปัญหาการจัดการงานศพที่ไม่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ของหลักพุทธธรรม ตั้งแต่ค่าใช้จ่ายในจัดซื้อหีบศพ ดอกไม้ตกแต่ง อาหาร ค่าจ้างแสดงการละเล่น เคลื่อนย้ายศพ ค่าอาหาร ค่าเครื่องไทยธรรม ค่าใช้จ่ายในการทำบุญใส่ซองให้กับพระผู้มาสด ค่าใช้ศาลา ค่าเผาศพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้สถานที่เป็นวัดที่มีชื่อเสียงหรือตั้งอยู่ใจกลางเมืองก็จะมีค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นกว่าปกติ [14, 27]

จากการศึกษาธุรกิจที่เกี่ยวข้องกับการจัดงานศพ ผู้เขียนได้สำรวจราคาจากหลายแหล่ง พบว่าค่าใช้จ่ายแต่ละประเภทมีจำนวนเงินที่ต้องจ่ายดังนี้

จากรายละเอียดในตารางที่ได้กล่าวมา ยังมีค่าใช้จ่ายในส่วนอื่น ๆ ค่าใช้จ่ายสำหรับถวายปัจจัยให้พระสงฆ์ ค่าใช้จ่ายสำหรับเครื่องปรับอากาศ ค่ารับฝากเก็บศพ ขึ้นอยู่กับวัดหรือธุรกิจทางด้านการจัดงานศพ หากเราตั้งใจจะจัดศพอย่างเรียบง่ายและประหยัดที่สุด และสมมติว่ามีการจัดสวดเพียง 1 คืน มีคนมาร่วมงาน 100 คน มีการเลี้ยงอาหารกับผู้มาร่วมงานและแจกของชำร่วย ค่าใช้จ่ายจะประมาณ 8,100 เป็นอย่างต่ำ

ตารางที่ 2: รายละเอียดประมาณการค่าใช้จ่ายในงานศพ

ค่าใช้จ่าย	ราคาโดยประมาณ (บาท)
อาบน้ำ แต่งตัวศพ	300
การฉีดยาฟอร์มาลีน (ขึ้นอยู่กับสภาพศพ)	900
การฝากร่างผู้ตาย	300 – 1,500
การเคลื่อนย้ายศพ	2,500
หีบศพ	3,000 – 200,000
ศาลาสวดศพ/คิ๊น (โดยทั่วไปจะสวดศพ 1, 3, 5 และ 7 คิ๊น และราคาแตกต่างกันไปตามขนาดของวัด และถ้าเป็น วัดกลางเมือง ราคาอาจเพิ่มขึ้นถึง 30-50%)	3,000 – 20,000
ดอกไม้ตกแต่งงานศพ	4,900 – 35,000
พวงหรีด	500 – 3,500
บำรุงศาลาเมรุเผาศพ	600 – 1,000
น้ำมันเผา	2,700 – 3,600
ดอกไม้จันทน์ (100 ดอก)	100 - 200
ของชำร่วย/ขึ้น	≥ 5
อาหาร เครื่องดื่ม/ชุด	30-150
พิธีลอยอังคาร	500 – 20,000

บนความวัตถุนิยมตามสภาพสังคมที่เปลี่ยนไป การเข้าใจถึงสัจธรรมความตายของสิ่งมีชีวิตจึงมีความสำคัญ เราสามารถใช้ความรู้เรื่องการประมาณ การวางแผนค่าใช้จ่าย พร้อมกับการคำนึงถึงสิ่งแวดล้อม อาจจัดทำด้วยความเรียบง่าย เปลี่ยนจากดอกไม้สดเป็นดอกไม้พลาสติก เพื่อหมุนเวียนนำมาใช้ในงานต่อไป เปลี่ยนจากการมอบพวงหรีดเป็นสิ่งของที่สมารถนำไปใช้ต่อ เปลี่ยนจากการจัดรูปเทียนแบบดั้งเดิมมาเป็นการใช้รูปเทียนแบบไฟฟ้า เพื่อรักษาสภาพแวดล้อม และการใช้จ่ายที่ไม่มากเกินไปสำหรับงานศพ

บทสรุป

จากหัวข้อต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาทั้งหมด ทำให้เห็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในอีกแง่มุมหนึ่ง ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับความตายของมนุษย์อันเป็นสิ่งที่ไม่มีใครหลีกเลี่ยงได้ ทั้งในด้านการวางแผนการตาย อันเนื่องมาจากความไม่แน่นอนของชีวิต การใช้ข้อมูลตามระเบียบวิธีของสถิติหรือการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อคาดการณ์จำนวนผู้เสียชีวิตจากสาเหตุต่าง ๆ นำไปสู่การกำหนดนโยบายในการบริหารจัดการด้านสุขภาพของผู้คนในพื้นที่ รวมไปถึงหากเป็นการตายหรืออุบัติเหตุที่ไม่ควรเกิดขึ้นเนื่องมาจากคดีอาชญากรรมก็ยังสามารถใช้ความรู้ทาง

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพิจารณารูปคดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] กองยุทธศาสตร์และแผนงาน กระทรวงสาธารณสุข. (2564). สถิติสาธารณสุข 2563. นนทบุรี: กระทรวงสาธารณสุข.
- [2] กองยุทธศาสตร์และแผนงาน กระทรวงสาธารณสุข. (2560). คู่มือการบันทึกหนังสือรับรองการตาย (ปรับปรุง 2017). นนทบุรี: กระทรวงสาธารณสุข.
- [3] คณาจารย์โปรแกรมวิชา คณิตศาสตร์ และ สถิติ ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา. (2552). การคิดและการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- [4] ชัยรัตน์ มदनาค. (2565). คณิตศาสตร์ประกันชีวิตเบื้องต้น. พิษณุโลก: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- [5] ชูเกียรติ ประมูลผล. (2534). หลักการประกันชีวิต. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- [6] ชูชาติ โชคสถาพร และคณะ. (2559). การศึกษาอิทธิพลของวิถีชีวิตและระยะยิงของกระสุนปืนที่มีต่อร่องรอยแตก ร้าวบนกระสุนกระสุน. Veridian E-journal Silpakorn University. 3(5): 274-288.
- [7] ชูติชญา เหลืองไพโรจน์ และ ณรงค์ กุลนิเทศ. (2563). การศึกษาอิทธิพลของกระสุนปืนและวิถียิงของกระสุนปืน ที่มีผลต่อมุมที่วัดจากร่องรอยของลูกกระสุนปืนบนแผ่นโลหะตัวถังรถยนต์ที่ถูกยิงด้วยปืนพกอัตโนมัติ ขนาด 9 มิลลิเมตร Luger. การประชุมวิชาการนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ครั้งที่ 1 “Graduate School Conference 2019”. 1012-1020.
- [8] ณัฐวุฒิ คุ้มแผนเจริญชัย. (2556). หลักการประกันชีวิต. กรุงเทพฯ: คณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- [9] ดวงภรณ์ แดงจัน. (2554). การประมาณ ความสูงจาก ความยาวของการก้าวขณะเดิน. วิทยานิพนธ์ วท.ม. (นิติวิทยาศาสตร์). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- [10] ธนยศ จำปาหวาย. (2564). คณิตศาสตร์การเงิน. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.
- [11] เนชั่นออนไลน์. (2564). ตำรวจ เปิดสถิติคดีอาชญากรรมไทยรอบ 1 ปี. จาก <https://www.nationtv.tv/news/378837414>. [สืบค้นเมื่อ 8 เมษายน 2566]
- [12] ปฐมาภรณ์ อวชัย. (2557). คณิตศาสตร์กับนิติวิทยาศาสตร์. นิตยสาร สสวท. 42(187): 27-30.
- [13] ปิยะพันธุ์ นันตา. (ออนไลน์). โรคติดต่อและโรคไม่ติดต่อ. จาก <http://www.libarts.mju.ac.th/libdocument/EBook> [สืบค้นเมื่อ 27 มีนาคม 2566]
- [14] พระครูอมรปัญญารัตน์ และคณะ. (2561). การประยุกต์ใช้พุทธปรัชญาในพิธีการจัดการงานศพในประเทศไทย. วารสารเซนต์จอห์น. 21(28). 148-162.

- [15] พระณัฐวัฒน์ ญาณปโป. (2561). การเผชิญกับความตายอย่างสงบ. วารสารสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมกุฏราชวิทยาลัย. 1(2): 28-39.
- [16] พิมพ์นัส ศรีอินแก้ว และ เอกสันต์ สุขวัจน์. (2557). การประมาณมุมมองจากการยิงจรวดกรวยแตกกว้างและรอยแตกทะเลที่กระเจกบังลมด้านหน้ารถยนต์. วารสารวิชาการโรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า. 12(2557): 97-108.
- [17] ภัสน์วจี ศรีสุวรรณ. (2557). ฉลาดทำศพ การจัดและร่วมงานอย่างเรียบง่าย ได้ปัญญา. กรุงเทพฯ: โครงการสื่อสารสร้างความตระหนัก วิถีสู่การตายอย่างสงบ เครือข่ายพุทธิกา.
- [18] รัชฎา วิริยพงศ์. (2564). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์. พิษณุโลก: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- [19] รุ่งรพีพรรณ อูจวาทิ. (2551). การพัฒนาสูตรเพื่อใช้ในการหามุมตกกระทบของหยดเลือด. วิทยานิพนธ์ วท.ม. (นิติวิทยาศาสตร์). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- [20] วรเชษฐ์ ขอบใจ. (2565). รูปแบบสมการสำหรับประเมินช่วงเวลาหลังการตายของศพที่ตายผิดธรรมชาติในประเทศไทย. วิทยานิพนธ์ ป.ด. (นิติวิทยาศาสตร์และงานยุติธรรม). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- [21] เวทิต คำพอ. (2534). คณิตศาสตร์ประกันชีวิต. กรุงเทพฯ:สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- [22] ศูนย์กฎหมาย กรมควบคุมโรค. (2558). พระราชบัญญัติโรคติดต่อ พ.ศ. 2558. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [23] สมาคมประกันชีวิตไทย. (2555). รอบรู้ประกันชีวิต. กรุงเทพฯ: สมาคมประกันชีวิตไทย.
- [24] สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย. (ออนไลน์). ความหมายของการประกันชีวิต. จาก <https://www.oic.or.th/th/education/insurance/life/meaning> [สืบค้นเมื่อ 31 มีนาคม 2533]
- [25] สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย. (ออนไลน์). ตารางมรณะไทย 2560. จาก <https://www.oic.or.th/th/consumer/25> [สืบค้นเมื่อ 31 มีนาคม 2533]
- [26] สุภาวรรณ เศรษฐบรรจง. (2559). การประมาณเวลาตายในเวชปฏิบัติ. วารสารคณะแพทยศาสตร์ โรงพยาบาลรามธิบดี. 39(4): 225-233.
- [27] สุริยาหีบศพ. (ออนไลน์). ค่าใช้จ่ายในการจัดงานศพ. จาก <https://www.suriyafuneral.com/> [สืบค้นเมื่อ 1 เมษายน 2566]
- [28] อัจฉราพร พาเก่าน้อย และคณะ. (2556). ความแตกต่างของร่องรอยที่เกิดจากลูกกระสุนปืนรีวอลเวอร์ ขนาด .38 สเปนเซียล (LRN) และลูกกระสุนปืนอโตเมตริก ขนาด 9 มิลลิเมตร ลูกเกอร์ (LRN) เมื่อเข้าปะทะบนแผ่นโลหะ. วารสารวิทยาศาสตร์ มช.. 41(3): 770-780.
- [29] อธิเทพ นวาระสุจิตร์ และคณะ. (2565). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคโควิด-19 ในประเทศไทย. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. 14(19): 26-37.

- [30] The Standard. (2565). “เกิด น้อย ตาย เยอะ” ย้อน ดู อัตรา เกิด-ตาย ใน รอบ 9 ปี. จาก [https:// thestandard.co/ birth-death-rate-in-9-years/? fbclid=IwAR35ESv7HSONQjB9XXoSEg_AQ21VbusQAlu44UrAlv0OJ5cz6HNekXdJj_k](https://thestandard.co/birth-death-rate-in-9-years/?fbclid=IwAR35ESv7HSONQjB9XXoSEg_AQ21VbusQAlu44UrAlv0OJ5cz6HNekXdJj_k) [สืบค้น เมื่อ 30 มีนาคม 2565]
- [31] Berdan, C. (2018). Improving methods to estimate time of death from body temperature. Thesis M.S. (Biology). Newark: The State of University of New Jersey.
- [32] Brooks, H, Z., and Others. (2021). Disease Detectives: Using Mathematics to Forecast the Spread of Infectious Diseases. From <https://kids.frontiersin.org/articles/10.3389/frym.2020.577741>. [Accessed 28 March 2023]
- [33] Dillon, S, R. (Online). Death and Kinetics. From <https://www.chem.fsu.edu/chemlab/chm1020c/Lecture>
- [34] Education Interactive. (Online). Bullet Trajectory Analysis. From [https:// educationinterac-tive.com.au/wp-content/uploads/2019/06/High-School-Forensic-Science-Trigonometry-Teacher-Resource.pdf](https://educationinteractive.com.au/wp-content/uploads/2019/06/High-School-Forensic-Science-Trigonometry-Teacher-Resource.pdf) [Accessed 6 April 2023]
- [35] Knill, G. (1981). Mathematics in forensic science. The Mathematics Teacher. 74(2): 125-149.
- [36] Makovicky, P. and Others. (2013). The use of trigonometry in bloodstain analysis. Soud Lek. 58(2): 20-25.