

แบบจำลองทางฟิสิกส์การคำนวณหาระยะหยุดของวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นผิวที่มีความเสียดทานโดยใช้การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลเพนดูลัม

Physics model for calculating the stopping distance of a moving object in friction surface using simple pendulum motion

อาทิตย์ หู้เต็ม*

ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

Artit Hutem*

Department of Science Education, Faculty of Science and Technology,
Phetchabun Rajabhat, University Phetchabun Province

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองการคำนวณหาระยะหยุดของวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นผิวที่มีความเสียดทานโดยใช้การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลเพนดูลัม โดยมีวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นผิวที่มีความเสียดทานมี 3 แบบ คือ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลมกลวง และทรงกลมตัน โดยใช้การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลเพนดูลัมของวัตถุเข้าชนกับวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นผิวที่มีความเสียดทาน ทั้ง 3 แบบ แล้วใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และทฤษฎีงานและพลังงานเพื่อคำนวณหาระยะหยุดของวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นผิวที่มีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

คำสำคัญ : ซิมเปิลเพนดูลัม, ระยะหยุดของวัตถุ, พื้นผิวที่มีความเสียด

Abstract

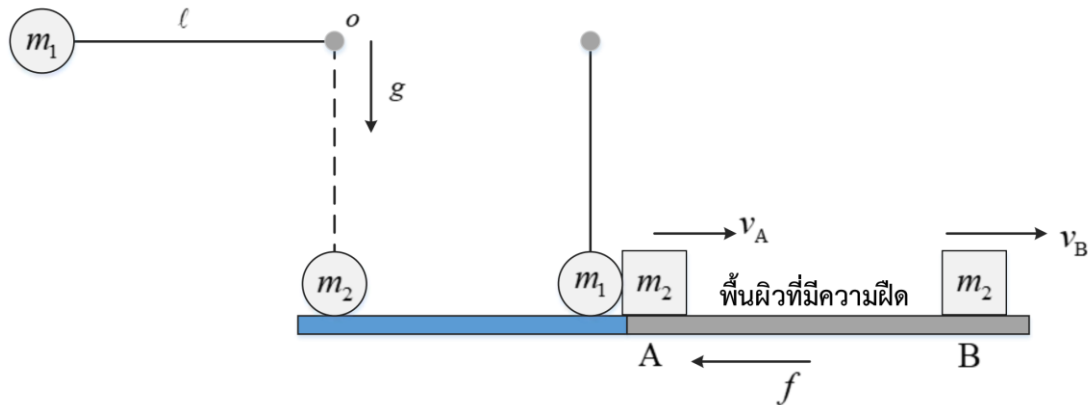
The purpose of this research is to create a model for calculating the stopping distance of a moving object in the friction surface using simple pendulum motion. In this research, there are three types of objects moving in the friction surface : rectangular, hollow, and solid spheres. Using the simple pendulum movement of objects colliding with objects moving in the friction surface, all 3 types, then using the law of conservation of momentum. and work and energy theory. In this research, we want to calculate the stopping distance of a moving object in the sand and relate it to the coefficient of friction.

Keywords: Simple pendulum, Stopping distance of object, Friction surface

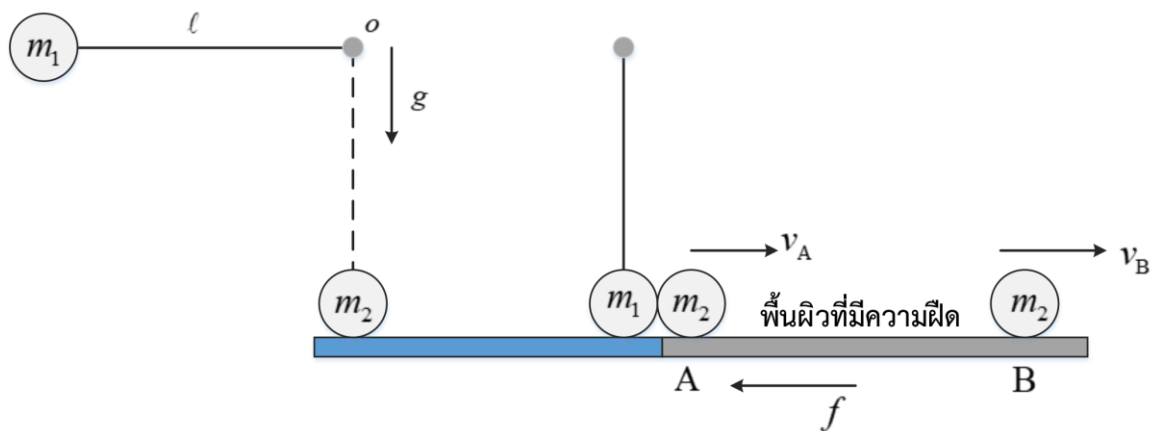
ที่มาและความสำคัญ

เนื้อหาวิชาฟิสิกส์คลาสสิก 1 มีหัวข้อเกี่ยวกับกฎการอนุรักษ์ และการชนของระบบอนุภาค (System of particles : conservation laws and collisions) และหัวข้อเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย เป็นการเคลื่อนที่แบบซ้ำจุดเดิม คือ การสั่นรอบจุดสมดุล ดังนั้นหลักการดังกล่าวได้มีการนำไปออกเป็นข้อสอบคัดเลือกโอลิมปิกในการสอบแข่งขัน สอวน. [1] ประจำปี พ.ศ. 2538 (รอบที่ 1) วิชาฟิสิกส์ สอบวันอาทิตย์ที่ 3 กรกฎาคม พ.ศ. 2548 เวลา 08.00 น.-10.00 น. ได้มีโจทย์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย ชนกับมวลของวัตถุที่อยู่นิ่งบนพื้นเรียบ [8] โดยการที่ข้อสอบคัดเลือกโอลิมปิกทำการดัดแปลงโจทย์กลายเป็น ปล่อยลูกตุ้มนาฬิกามวล m_1 ซึ่งผูกกับเชือกยาว l คงที่ จากจุดหยุดนิ่งให้แก่วงลงมาชนวัตถุมวล m_2 แล้วแยกออกจากกัน จงหาว่าวัตถุมวล m_2 เคลื่อนที่ได้ไกลเท่าใด ดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้มีการเพิ่มการเคลื่อนที่ของวัตถุมวล m_2 ให้เคลื่อนที่บนพื้นผิวที่มีความเสียดทาน[7] ซึ่งเกิดแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวของวัตถุ และพื้นผิวของพื้นทราย และงานวิจัยนี้ได้ออกวัตถุมวล m_2 ให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกลมกลวง ทรงกลมตัน โดยมี โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุทรงกลม โดยงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์นี้เพื่อการคำนวณหาระยะหยุดของวัตถุเคลื่อนที่ในพื้นทรายโดยใช้การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลเพนดูลัม [9,10,11]

วิธีการดำเนินการวิจัย

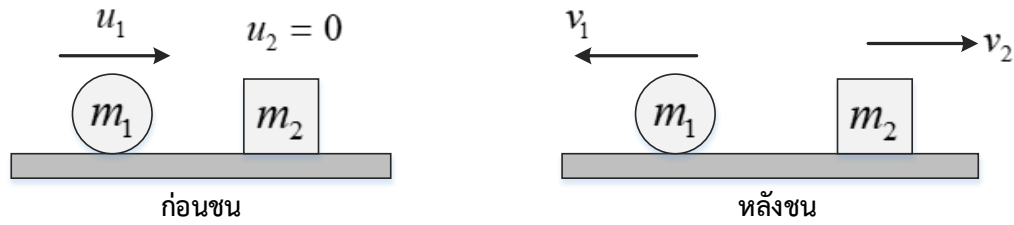


ภาพที่ 1 แสดงการชนของวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา [8] เข้าชนวัตถุก้อนสี่เหลี่ยมมวล m_2 แล้ววัตถุมวล m_2 เคลื่อนที่บนพื้นผิวที่มีความเสียดทาน จากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B [6,7]



ภาพที่ 2 แสดงการชนของวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา [8] เข้าชนวัตถุก้อนทรงกลมมวล m_2 แล้ววัตถุมวล m_2 เคลื่อนที่บนพื้นผิวที่มีความเสียดทาน จากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B [6,7]

จากภาพที่ 1 และภาพที่ 2 ในช่วงการเคลื่อนที่ของวัตถุมวล m_1 แบบลูกตุ้มนาฬิกาเข้าชนวัตถุมวล m_2 เหมือนกัน เมื่อมวลวัตถุ m_1 ถูกเหวี่ยงลงมาด้วยความเร็วขณะที่เข้าชนมวลวัตถุ m_2 ก็คือ เมื่อทำการแทนค่า $u = 0$ และ $h = l$ ลงในสมการ $v^2 = u^2 + 2gh$ จะได้ $v = \sqrt{2gl}$ จะกลายเป็น $u_1 = \sqrt{2gl}$ [3] กำหนดให้ v_1 เป็นความเร็วหลังชนของมวลวัตถุ m_1 และ v_2 เป็นความเร็วหลังชนของมวลวัตถุ m_2 ตามลำดับ



ภาพที่ 3 แสดงการชนของวัตถุมวล m_1 และวัตถุมวล m_2 สอดคล้องกับกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $m_1 u_1 + m_2 u_2 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$ ต่อไปงานวิจัยนี้ทำการแทนค่าของ $u_2 = 0$ ลงในกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม [2] จะได้

$$m_1 \sqrt{2g\ell} = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

เนื่องจากการชนแบบยืดหยุ่น พลังงานจลน์ของระบบมวลที่พิจารณาจึงถูกอนุรักษ์ไว้

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

ทำการแทนค่า $u_1 = \sqrt{2g\ell}$ และ $u_2 = 0$ ลงในสมการที่ (2) จะได้

$$2g\ell m_1 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \quad (3)$$

จากสมการที่ (1) เราสามารถเขียนได้ใหม่ ดังนี้ $m_1 \sqrt{2g\ell} + m_1 v_1 = m_2 v_2$,

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} (\sqrt{2g\ell} + v_1) \quad (4)$$

นำสมการที่ (4) แทนลงในสมการที่ (3) จะได้

$$\begin{aligned} 2g\ell m_1 &= m_1 v_1^2 + m_2 \left(\frac{m_1^2}{m_2^2} \right) (\sqrt{2g\ell} + v_1)^2, \\ 2g\ell m_1 m_2 &= m_1 m_2 v_1^2 + m_1^2 (2g\ell + 2\sqrt{2g\ell} v_1 + v_1^2), \\ 2g\ell m_1 m_2 &= m_1 m_2 v_1^2 + m_1^2 v_1^2 + 2m_1^2 \sqrt{2g\ell} v_1 + 2g\ell m_1^2 \\ m_1 (m_1 + m_2) v_1^2 + 2\sqrt{2g\ell} m_1^2 v_1 + 2g\ell m_1 (m_1 - m_2) &= 0 \\ v_1 &= \frac{-2\sqrt{2g\ell} m_1^2 \pm \sqrt{8g\ell m_1^4 - 4m_1 (m_1 + m_2) 2g\ell m_1 (m_1 - m_2)}}{2m_1 (m_1 + m_2)} \\ v_1 &= \frac{-2\sqrt{2g\ell} m_1^2 \pm 2\sqrt{2g\ell} m_1 \sqrt{m_1^2 - (m_1^2 - m_2^2)}}{2m_1 (m_1 + m_2)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \frac{-2\sqrt{2g\ell}m_1^2 \pm 2\sqrt{2g\ell}m_1\sqrt{m_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}{2m_1(m_1 + m_2)} \\
 v_1 &= \frac{-2\sqrt{2g\ell}m_1^2 \pm 2\sqrt{2g\ell}m_1m_2}{2m_1(m_1 + m_2)} \\
 v_1 &= \frac{2\sqrt{2g\ell}(-m_1^2 \pm m_1m_2)}{2m_1(m_1 + m_2)}, \quad v_1 = \frac{m_1\sqrt{2g\ell}(-m_1 \pm m_2)}{m_1(m_1 + m_2)}, \\
 v_1 &= \frac{(-m_1 \pm m_2)}{(m_1 + m_2)}\sqrt{2g\ell} \\
 v_1 &= \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}\sqrt{2g\ell} \tag{6}
 \end{aligned}$$

จากภาพที่ 1 พิจารณาวัตถุก้อนทรงสี่เหลี่ยมมวล m_2 เคลื่อนที่จากตำแหน่ง $A \rightarrow B$ ใช้ทฤษฎีงานและพลังงาน

$$\begin{aligned}
 \sum W &= \sum E_B - \sum E_A \\
 -fs_k &= \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2
 \end{aligned}$$

เมื่อ $v_B = 0$ และ $v_A = v_1$

$$\begin{aligned}
 -\mu m_2 g s_k &= \frac{1}{2}m_2(0) - \frac{1}{2}m_2v_1^2 \\
 -\mu m_2 g s_k &= -\frac{1}{2}m_2v_1^2 \\
 \mu g s_k &= \frac{1}{2}\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 2g\ell
 \end{aligned}$$

วัตถุมวล m_2 เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$s_k^r = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \frac{\ell}{\mu} \tag{7}$$

จากสมการที่ (7) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวของวัตถุมวล m_2 เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกับระยะหยุดของการเคลื่อนที่วัตถุมวล m_2 เป็น s_k^r สามารถแสดงกราฟได้ในหัวข้อของผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย ต่อมาจากภาพที่ 2 พิจารณาวัตถุก้อนทรงกลมมวล m_2 เคลื่อนที่

จากตำแหน่ง $A \rightarrow B$ ใช้ทฤษฎีงานและพลังงาน ในงานวิจัยชิ้นนี้แบ่งวัตถุก่อนทรงกลมมวล m_2 เป็น 2 กรณี ดังนี้
กรณีที่ 1 คือ วัตถุก่อนทรงกลมมวล m_2 และกรณีที่ 2 คือ วัตถุก่อนทรงกลมตันมวล m_2 ตามลำดับ

กรณีที่ 1 พิจารณาวัตถุก่อนทรงกลมมวล m_2 เคลื่อนที่จากตำแหน่ง $A \rightarrow B$ ใช้ทฤษฎีงานและพลังงาน [4, 5]

$$\begin{aligned}\Sigma W &= \Sigma E_B - \Sigma E_A \\ -fs_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} I \omega_B^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_2 v_A^2 + \frac{1}{2} I \omega_A^2 \right) \\ -\mu m_2 g s_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} I \omega_B^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_2 v_A^2 + \frac{1}{2} I \omega_A^2 \right)\end{aligned}\quad (8)$$

ความเร็ว $v_B = 0$ และความเร็ว $v_A = v_1$ และมีโมเมนต์ความเฉื่อย $I = (2/3) m R^2$ แทนลงในสมการที่ (8)

$$\begin{aligned}-\mu m_2 g s_k &= 0 - \left(\frac{1}{2} m_2 v_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} m_2 R^2 \right) \left(\frac{v_1^2}{R^2} \right) \right) \\ \mu m_2 g s_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_1^2 + \frac{1}{3} m_2 v_1^2 \right) \\ \mu m_2 g s_k &= \left(\frac{3}{6} m_2 v_1^2 + \frac{2}{6} m_2 v_1^2 \right) \\ \mu g s_k &= \frac{5}{6} v_1^2 \\ s_k^h &= \frac{5}{6} \frac{v_1^2}{\mu g}\end{aligned}\quad (9)$$

$v_1 = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} \sqrt{2g\ell}$ จากสมการที่ (6) แทนลงในสมการที่ (9) จะได้

วัตถุมวล m_2 เป็นทรงกลมกลวง [7]

$$s_k^h = \frac{5\ell}{3\mu} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (10)$$

จากสมการที่ (10) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวของวัตถุมวล m_2 เป็นทรงกลมกลวงกับระยะหยุดของการเคลื่อนที่วัตถุมวล m_2 เป็น s_k^h [7] สามารถแสดงกราฟได้ในหัวข้อของผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

กรณีที่ 2 พิจารณาวัตถุก้อนทรงกลมตันมวล m_2 เคลื่อนที่จากตำแหน่ง $A \rightarrow B$ ใช้ทฤษฎีงานและพลังงาน

$$\begin{aligned}\Sigma W &= \Sigma E_B - \Sigma E_A \\ -fs_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} I \omega_B^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_2 v_A^2 + \frac{1}{2} I \omega_A^2 \right) \\ -\mu m_2 g s_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} I \omega_B^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_2 v_A^2 + \frac{1}{2} I \omega_A^2 \right)\end{aligned}\quad (11)$$

ความเร็ว $v_B = 0$ และความเร็ว $v_A = v_1$ และมีโมเมนต์ความเฉื่อย $I = (2/5) m R^2$ แทนลงในสมการที่ (11)

$$\begin{aligned}-\mu m_2 g s_k &= 0 - \left(\frac{1}{2} m_2 v_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m_2 R^2 \right) \left(\frac{v_1^2}{R^2} \right) \right) \\ \mu m_2 g s_k &= \left(\frac{1}{2} m_2 v_1^2 + \frac{1}{5} m_2 v_1^2 \right) \\ \mu m_2 g s_k &= \left(\frac{5}{10} m_2 v_1^2 + \frac{2}{10} m_2 v_1^2 \right) \\ \mu g s_k &= \frac{7}{10} v_1^2 \\ s_k &= \frac{7}{10} \frac{v_1^2}{\mu g}\end{aligned}\quad (12)$$

$v_1 = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} \sqrt{2g\ell}$ จากสมการที่ (6) แทนลงในสมการที่ (12) จะได้

วัตถุมวล m_2 เป็นทรงกลมตัน [7]

$$s_k^s = \frac{7\ell}{5\mu} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (13)$$

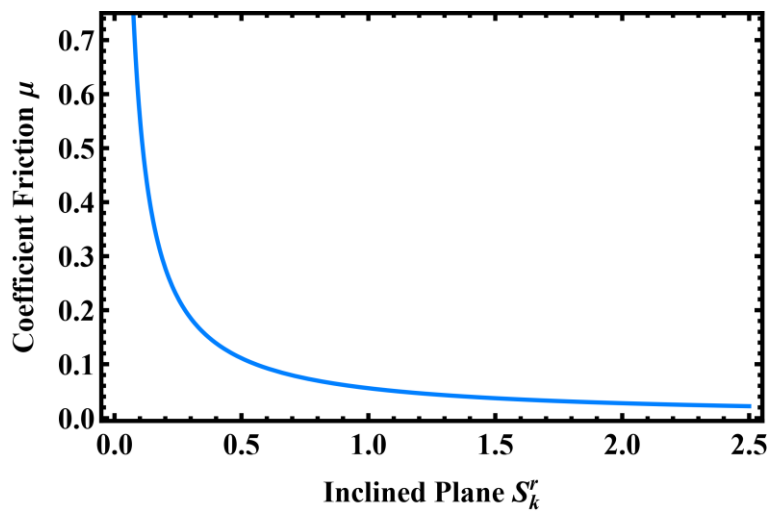
จากสมการที่ (13) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวของวัตถุมวล m_2 เป็นทรงกลมตันกับระยะหยุดของการเคลื่อนที่วัตถุมวล m_2 เป็น s_k^s [7] สามารถแสดงกราฟได้ในหัวข้อของผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย นำสมการที่ (6) แทนลงในสมการที่ (4) จะได้ v_2 เป็นความเร็วหลังชนของมวลวัตถุ m_2 ดังนี้

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\sqrt{2g\ell} + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} \sqrt{2g\ell} \right)$$

$$\begin{aligned}
 v_2 &= \frac{m_1}{m_2} \sqrt{2g\ell} \left(\frac{m_1 + m_2 + m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \\
 v_2 &= \frac{m_1}{m_2} \sqrt{2g\ell} \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) \\
 v_2 &= \frac{2m_1 \sqrt{2g\ell}}{m_1 + m_2}
 \end{aligned} \tag{14}$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

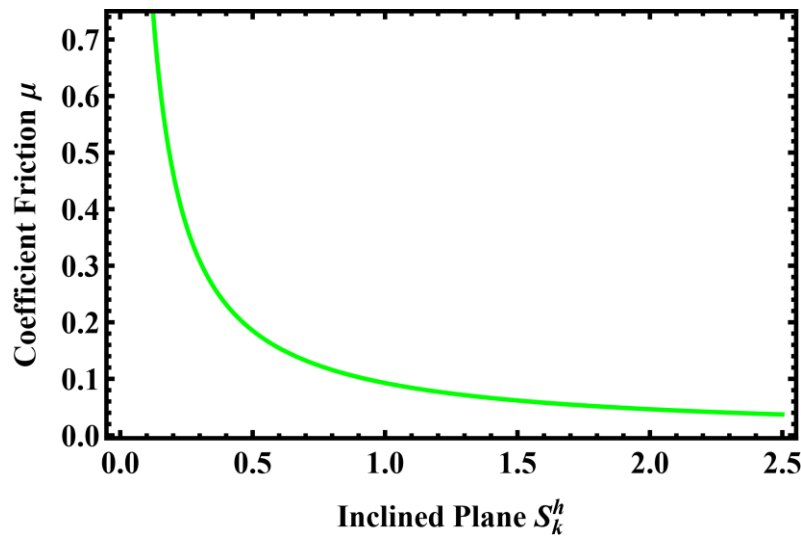
จากสมการที่ (7) สามารถนำมาสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับ ระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยการกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_1 มีขนาดเท่ากับ 0.1 kg . และกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_2 มีขนาดเท่ากับ 0.2 kg . และกำหนดความยาวเส้นเชือกเท่ากับ $\ell = 0.5 \text{ m}$.



ภาพที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

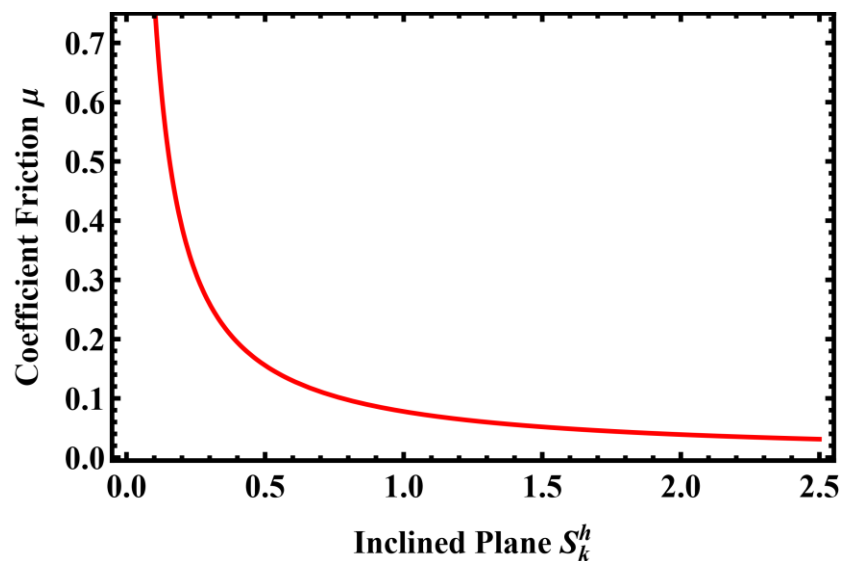
จากภาพที่ 4 แสดงกราฟระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานกับระยะหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ถ้าค่าของระยะหยุดมีค่ามากขึ้นจะทำให้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ 0.015 ต่อมาถ้าพิจารณาระยะหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก 0.5 m จะได้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่า 0.10

จากสมการที่ (10) สามารถนำมาสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง โดยการกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_1 มีขนาดเท่ากับ 0.1 kg . และกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง มีขนาดเท่ากับ 0.2 kg . และกำหนดความยาวเส้นเชือกเท่ากับ $\ell = 0.5 \text{ m}$.



ภาพที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง

จากภาพที่ 5 แสดงกราฟระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานกับระยะหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง ถ้าค่าของระยะหยุดมีค่ามากขึ้นจะทำให้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ 0.02 ต่อมาถ้าพิจารณาระยะหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง 0.5 m จะได้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่า 0.16 จากสมการที่ (13) สามารถนำมาสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมตัน โดยการกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_1 มีขนาดเท่ากับ 0.1 kg . และกำหนดขนาดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมตันมีขนาดเท่ากับ 0.2 kg . และกำหนดความยาวเส้นเชือกเท่ากับ $\ell = 0.5\text{ m}$.



ภาพที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน กับระยะทางหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมตัน

จากภาพที่ 6 แสดงกราฟระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานกับระยะหยุดของของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมตัน ถ้าค่าของระยะหยุดมีค่ามากขึ้นจะทำให้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ 0.025 ต่อมาถ้าพิจารณาระยะหยุดของวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวง 0.5 m จะได้ค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่า 0.12

สรุปผลการวิจัย

วัตถุมวล m_2 แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวที่มีความเสียดทานกับผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่าน้อยที่สุดคือ 0.015 เมื่อเปรียบเทียบกับวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมกลวงที่มีค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ 0.020 และวัตถุมวล m_2 แบบทรงกลมตันค่าของสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ 0.025 เมื่อค่าของระยะหยุดมีค่ามากขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณหลักสูตรสาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] วุฑฒิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ, และสุวรรณ คูสำราญ. (2548). ฟิสิกส์ (กลศาสตร์). ใน โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน.: มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษา.
- [2] สมพงษ์ ใจดี. (2543). ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 1. สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [3] Arya, A. P. (1990). Introduction to classical mechanics. In *Introduction to classical mechanics* (pp. 336–340). Prentice-Hall.
- [4] Riley, K. F., & Hobson, M. P. (2006). *Mathematical methods for physics and engineering* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- [5] Goldstein, H., Poole, C. P., & Safko, J. L. (2002). *Classical mechanics* (3rd ed.). Addison-Wesley.
- [6] Glawtanong, P., Ritphan, S., Sirisathitkul, C., Yaiprasert, C., & Sirisathitkul, Y. (2011). Studies of free falling object and simple pendulum using digital video analysis. *Walailak Journal of Science and Technology*, 8(1), 63–69.

- [7] Narissarawut, K., Suwannapoch, K., Naknayom, S., Seehatrai, T., & Hutem, A. (2024). Creation of experimental equipment finding the coefficient of friction in sand floor and flake stone floor from the solid sphere and hollow sphere. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space*, 7(1), 1–12.
- [8] Wanaek, A., & Hutem, A. (2023). Calculation of time-dependent angular displacement angular velocity and tension force of particle in the pendulum motion under air resistance force and cosine external force. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space*, 6(1), 14–28.
- [9] Hutem, A. (2023). Calculation of the time-dependent velocity and displacement of particle move under time-dependent external force of damping oscillation. *Journal of Science and Technology CRRU*, 2(1), 1–7.
- [10] Saptip, C., Moonsri, P., & Hutem, A. (2021). Calculation of displacement and velocity of particle perturbation by time-dependent external force of cosine and sine function. *Journal of Science and Technology Phetchabun Rajabhat University*, 1(2), 1–7.
- [11] Kuaykaew, S., Kerdmee, S., Banyenugam, P., Moonsri, P., & Hutem, A. (2016). The analytical description of projectile motion of cricket ball in a linear resisting medium the storm force. *Applied Mechanics and Materials*, 855, 188–191.