บทความวิจัย

ปีที่ 4 ฉบับที่ 1 มกราคม – มิถุนายน 2568
วารสาร มรภ.กพ. วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี
Journal of KPRU Science Mathematics and Technology

แนวทางการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าลอการิทึม ด้วยไม้บรรทัดลอการิทึม

The Guideline for Developing Mathematics Learning Activity on Exploring Logarithm with Logarithm Ruler

ภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล[1,*] สรรฐณัฐ ปัญญาเสฏโฐ[2] และชนิสรา เมธภัทรหิรัญ[3]
[1]โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า
[2]โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
[3]คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสวนดุสิต
Pamornmate Laohawiroongool[1,*], Santhanat Punyasettro[2] and Chanisara Metpattarahiran[3]
[1]Triamudomsuksanomklao School
[2]Triamudomsuksa School
[3]Faculty of Science and Technology Suandusit University

บทคัดย่อ

กิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนต้องเข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพราะเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนั้นมีความเป็นนามธรรมค่อนข้างสูง ซึ่งอาจทำให้นักเรียนไม่เข้าใจและไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้ และทำให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป ลอการิทึม เป็นหนึ่งในหัวข้อที่มีความเป็นนามธรรม ดังนั้นครูจึงต้องตระหนักเกี่ยวกับการสอนเนื้อหานี้เป็นอย่างมาก การใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จึงเป็นวิธีที่ดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถหาค่าของลอการิทึมได้สะดวกขึ้น

คำสำคัญ : ไม้บรรทัดลอการิทึม, การหาค่าลอการิทึม

Abstract

Teaching Mathematics on Upper Secondary Level is necessary to make student obviously understand because the contents on this level is too abstract. They make students do not

*Corresponding author: pamornmate.lao@tun.ac.th
Received : 27/07/2024 Revised : 17/01/2025 Accepted : 24/02/2025

understand, cannot apply the concept in real world situation and dislike mathematics eventually. Logarithm is one of abstract contents so teacher should teach this content substantially. Using the logarithm ruler is a good way to applicate in the class. It's useful for learning activity and make student can find the value of logarithm easily.

Keywords : Logarithm ruler, Exploring of Logarithm.

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข [1] นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขาวิชา และมีบทบาทสำคัญต่อความเจริญทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและความเจริญในอีกหลาย ๆ ด้าน [2] ดังนั้นจึงมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน เพื่อความเจริญของบ้านเมืองในอนาคตสืบไป แต่วิชาคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องราวของความคิด ประโยคทุกประโยคในคณิตศาสตร์ว่าด้วยนามธรรมทั้งสิ้น [3] จึงเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กอปรกับนักเรียนไม่เข้าใจที่มาที่ไปของวิชานี้ว่ามันมีประโยชน์อย่างไร และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างไร

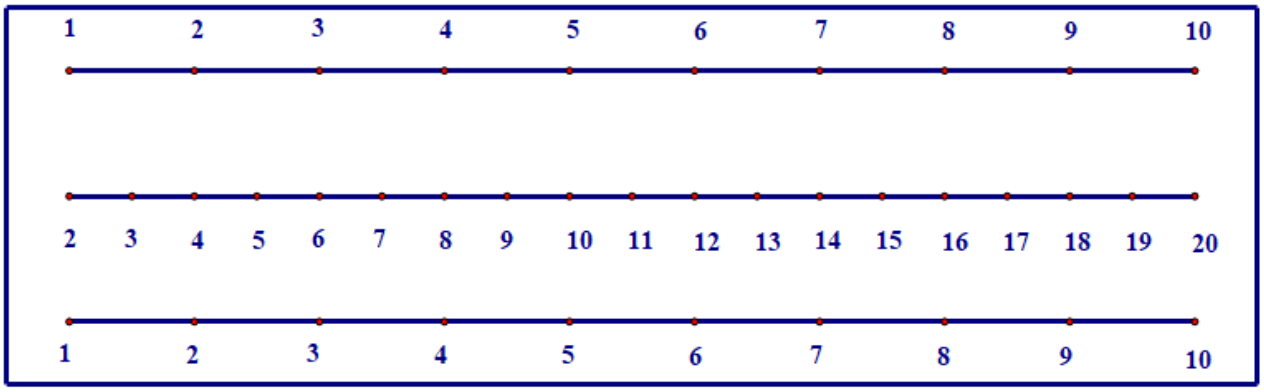
ลอการิทึม เป็นเนื้อหาสาระเพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) มีความเป็นนามธรรมสูง เพราะเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันเลขยกกำลัง (Exponential Function) ซึ่งมีสมบัติหลายสมบัติในการศึกษา จึงเป็นเรื่องยากที่นักเรียนจะทำความเข้าใจ [4]

สื่อการสอน เป็นองค์ประกอบที่สำคัญต่อกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งผู้สอนจะต้องศึกษารูปแบบและวิธีการให้เหมาะสมกับสถานการณ์ และตรงกับวัตถุประสงค์ในการใช้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานจนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ [5],[6].

ไม้บรรทัดลอการิทึม เป็นไม้บรรทัดที่ใช้หลักการวัด การประมาณค่า และการใช้สมบัติของลอการิทึม มาใช้ในการหาค่าลอการิทึม ทำให้การหาค่าลอการิทึม สามารถทำได้ง่ายดายขึ้น ด้วยเหตุนี้จึงอยากนำเสนอแนวทางการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าลอการิทึมด้วยไม้บรรทัดลอการิทึม เพื่อเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน นักเรียน นักศึกษา และนักการศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ ในการศึกษาเรื่องลอการิทึม

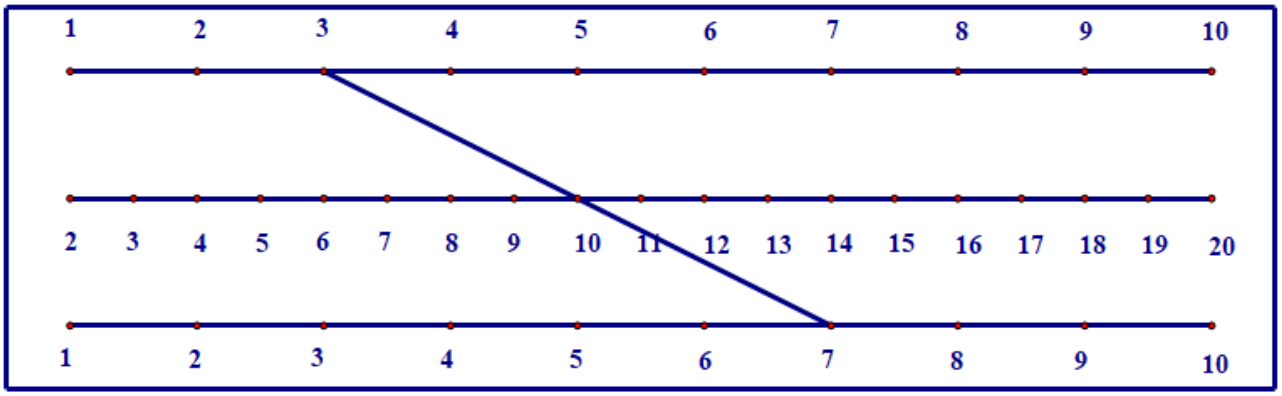
การพัฒนาไม้บรรทัดลอการิทึม

หลักการสำคัญของการพัฒนาไม้บรรทัดลอการิทึม คือ การใช้โนโมกราฟ (Nomograph) ซึ่งโนโมกราฟเป็นเครื่องมือที่อยู่ในรูปของแผนภาพหรือกราฟที่ใช้เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลายตัว โดยปกติจะใช้ในการคำนวณหรือประเมินค่าต่าง ๆ เพื่อประหยัดเวลาในการคำนวณ โดยสามารถใช้ในการหาเกณฑ์หรือค่าที่ต้องการจากการอ่านกราฟได้โดยตรง โดยไม่ต้องใช้เครื่องคิดเลขหรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของจำนวน ในการพัฒนาไม้บรรทัดลอการิทึม เริ่มจากการนำโนโมกราฟอธิบายความสัมพันธ์ของจำนวนด้วยวิธีการบวก ดังภาพที่ 1



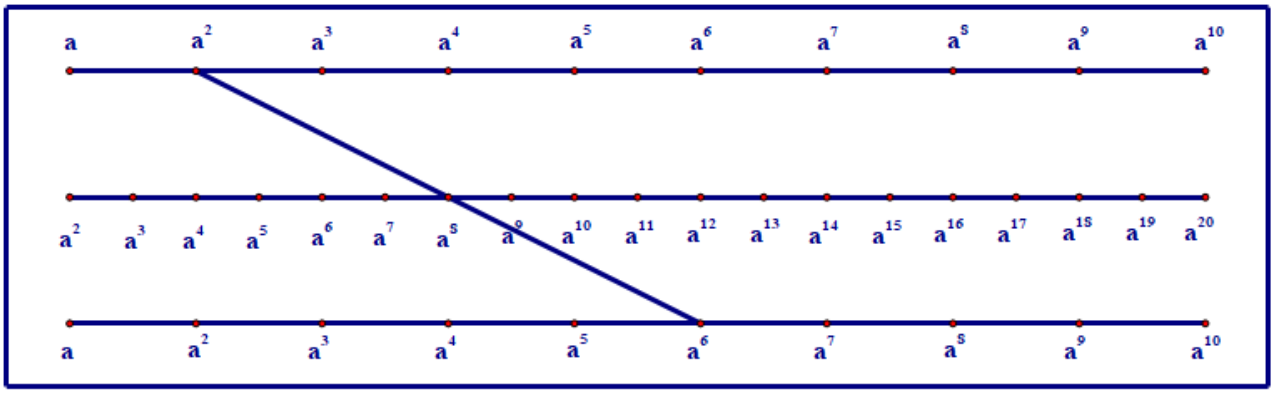
ภาพที่ 1 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบของการบวก

จากภาพจะแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบการบวกของจำนวน โดยเส้นจำนวนที่แสดงแถวบนและแถวล่าง แทนจำนวนนับ และแถวกลางแทนด้วยเส้นจำนวนที่เกิดจากการรวมกันของจำนวนที่ตรงกันในแนวเส้นตรง ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราจะหาผลลัพธ์ระหว่าง 3 กับ 7 หากเราลากเส้นตรงผ่านเลข 3 บนเส้นจำนวนในแถวบนไปยังเลข 7 ที่อยู่บนเส้นจำนวนของแถวล่าง เส้นตรงจะผ่านเลข 10 ในแถวกลางพอดี แสดงให้เห็นว่า 3 + 7 = 10 ดังภาพที่ 2



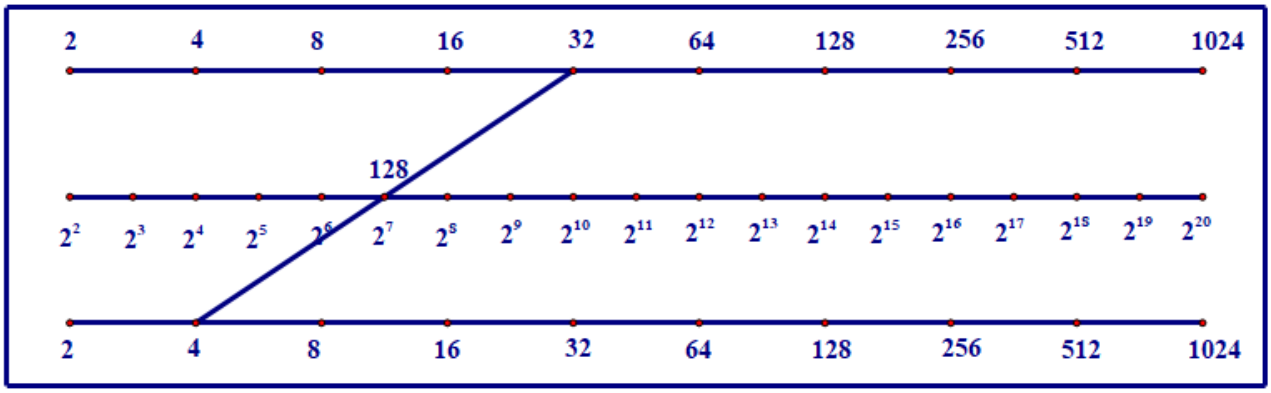
ภาพที่ 2 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการรวมกันของเลข 3 และเลข 7

จากภาพที่ 1 และภาพที่ 2 จะเห็นว่า โนโมกราฟใช้อธิบายความสัมพันธ์ในลักษณะการบวกได้ หากเราขยายแนวคิดไปยังการคูณ โนโมกราฟจะสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของการคูณได้หรือไม่ คำตอบคือหากเราพิจารณาการคูณที่มีพื้นฐานจากบวกตามสมบัติของเลขยกกำลังที่ว่า $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ และ m และ n แทนจำนวนตรรกยะ พบว่า โนโมกราฟสามารถอธิบายการคูณตามแนวคิดของเลขยกกำลังได้ โดยเราจะประยุกต์ให้เส้นจำนวนแถวบนและแถวล่าง แทนจำนวนเต็มที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น a และแถวกลางแทนเส้นจำนวนที่เกิดจากการคูณกันของเลขยกกำลังฐาน a ในแนวเส้นตรง ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราจะหาผลลัพธ์ระหว่างการคูณกันของ a^2 และ a^6 เมื่อลากเส้นตรงผ่าน a^2 บนเส้นจำนวนแถวบน ไปยัง a^6 บนเส้นจำนวนแถวล่าง จะพบว่าเส้นตรงจะผ่าน a^8 บนเส้นจำนวนแถวกลาง แสดงว่า $a^2 \times a^6 = a^8$ ดังภาพที่ 3



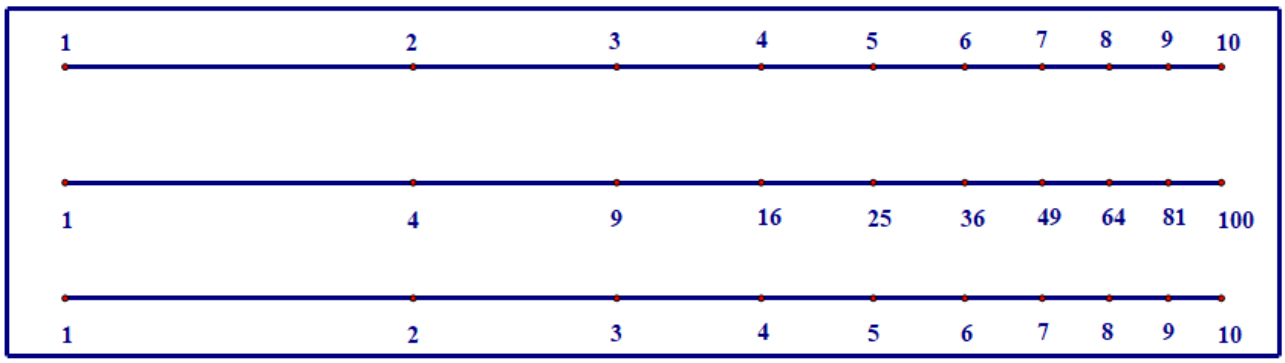
ภาพที่ 3 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการคูณกันของ a^2 และ a^6

และเมื่อแทน a ด้วยจำนวนจริงสักจำนวน เช่น ถ้าในภาพที่ 3 เราแทนค่า a ด้วย 2 บนแถบเส้นจำนวนในแถวบน แถวล่าง และแถวกลาง พบว่า เมื่อพิจารณาการคูณกันของ 2^5 หรือ 32 กับ 2^2 หรือ 4 เมื่อลากเส้นตรงผ่าน 32 บนเส้นจำนวนแถวบน ไปยัง 4 บนเส้นจำนวนแถวล่าง พบว่าเส้นตรงจะผ่าน 128 บนเส้นจำนวนแถวกลาง แสดงว่า $32 \times 4 = 128$ ดังภาพที่ 4



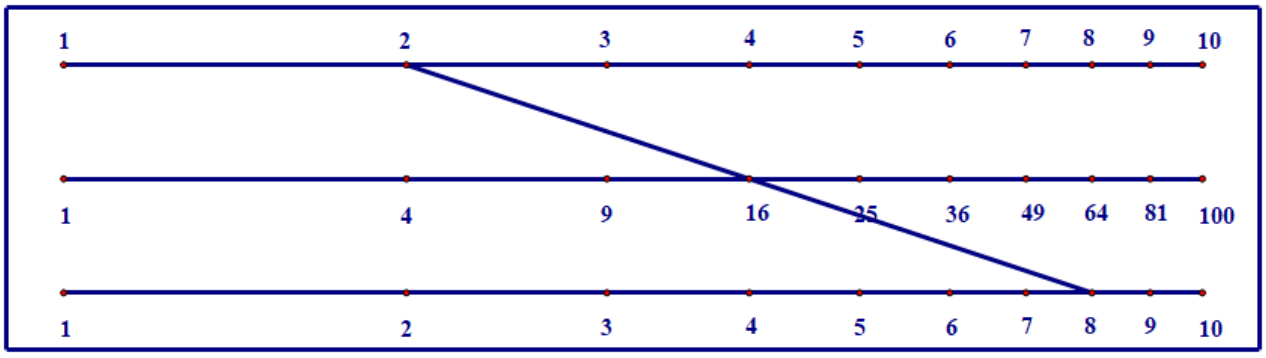
ภาพที่ 4 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการคูณกันของ 32 และ 4

จากภาพที่ 4 บนเส้นจำนวนทั้ง 3 แถวแต่ละจุดคือตำแหน่งของเลขยกกำลังที่มี 2 เป็นฐาน หากเราจะขยายแนวคิดการคูณให้อยู่ในรูปของจำนวนจริงใด ๆ เราจำเป็นต้องปรับระยะห่างของจุดโดยใช้มโนทัศน์หรือแนวคิดของลอการิทึม เช่น 2 อยู่ในตำแหน่งของ 2^1 และ 4 อยู่ในตำแหน่งของ 2^2 ฉะนั้น 3 จะอยู่ในตำแหน่งของ $2^{\log_2 3}$ เพราะ$3 = 2^{\log_2 3}$ จากภาพที่ 3 หากเราแทน a ด้วย 10 และพิจารณาตัวเลขต่าง ๆ โดยใช้แนวคิดของลอการิทึม เราจะได้โนโมกราฟที่มีลักษณะดังในภาพที่ 5



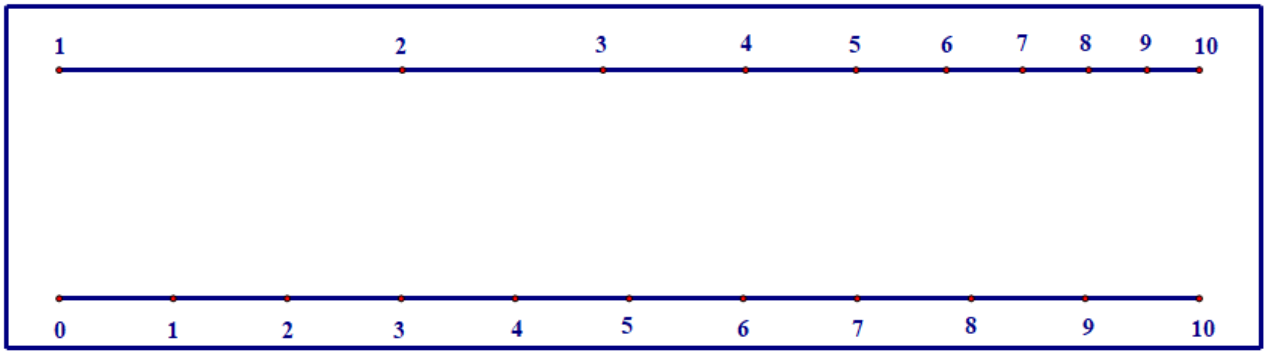
ภาพที่ 5 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการคูณโดยเปลี่ยนระยะพีชคณิตเป็นระยะลอการิทึม

จากภาพที่ 5 จะพบว่าโนโมกราฟที่เราได้ จะเป็นโนโมกราฟของจำนวนจริงที่สามารถใช้อธิบายการคูณของจำนวนจริงได้ เช่น หากเราพิจารณาการคูณกันของ 2 และ 8 เมื่อลากเส้นตรงผ่าน 2 บนเส้นจำนวนแถวบน ไปยัง 8 บนเส้นจำนวนแถวล่าง จะพบว่าเส้นตรงจะผ่าน 16 บนเส้นจำนวนแถวกลาง แสดงว่า 2 x 8 = 16 ดังภาพที่ 6



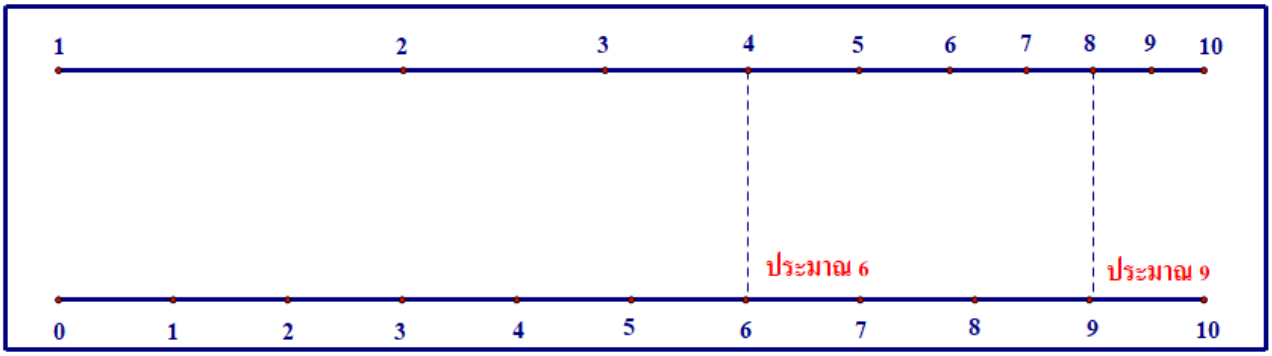
ภาพที่ 6 : โนโมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการคูณกันของ 2 และ 8

ดังภาพที่ 6 เราจะพบว่า เราสามารถนำโนโมกราฟไปใช้อธิบายการคูณของจำนวนจริงได้เสมอ บนแนวคิดของลอการิทึม หากเรานำโนโมกราฟที่ห่างกันด้วยระยะลอการิทึมและโนโมกราฟที่ห่างกันด้วยระยะพีชคณิตมาเปรียบเทียบกันจะได้โนโมกราฟที่มีลักษณะดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 : โนโมกราฟแสดงการเปรียบเทียบระยะลอการิทึมและระยะพีชคณิต

ในภาพที่ 7 จะเห็นว่าโนโมกราฟจะประกอบด้วยเส้นจำนวนเพียง 2 เส้นคือแถวบนที่แต่ละจุดห่างกันด้วยระยะลอการิทึม และแถวล่างที่แต่ละจุดห่างกันด้วยระยะพีชคณิต ซึ่งเราใช้โนโมกราฟนี้ในการหาค่าลอการิทึมฐานต่าง ๆ ได้ เช่น หากเราต้องการหาค่าของ $\log_4 8$ เราอาจใช้สมบัติของลอการิทึมที่กล่าวว่า $\log_b a = \frac{\log_n a}{\log_n b}$ เมื่อ a , b > 0 และ b , n $\neq 1$ ซึ่งในที่นี้เราจะให้ n = 10 เพราะโนโมกราฟที่เราสร้างขึ้น เราอ้างอิงจากการแทนค่าฐานของเลขยกกำลังด้วย 10 ซึ่งจะแสดงการคำนวณค่า $\log_4 8$ ได้ดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 : แสดงการใช้โนโมกราฟในการหาค่า $\log_4 8$

ในภาพที่ 8 เมื่อพิจารณาค่า log 4 และ log 8 จากการประมาณค่าระยะลอการิทึมและระยะพีชคณิตบนโนโมกราฟ จะพบว่า log 4 มีค่าประมาณเป็น 6 และ log 8 มีค่าประมาณเป็น 9 เมื่อแทนค่าตามสมบัติของลอการิทึมข้างต้นจะได้ว่า $\log_4 8 = \frac{\log 8}{\log 4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$ ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า ในความเป็นจริง log 8 มีค่าประมาณ 0.903 และ log 4 มีค่าประมาณ 0.602 แต่บนระยะลอการิทึมบนโนโมกราฟ เกิดจากการขยายสเกลของระยะทางด้วยการคูณ 10 เมื่อเทียบกับระยะพีชคณิตจึงทำให้ $\log_4 8 = \frac{\log 8}{\log 4} = \frac{0.903}{0.602} = \frac{9.03}{6.02} = 1.5$ ดังนั้นจะเห็นได้ว่า โนโมกราฟในภาพที่ 8 สามารถใช้ในการหาค่าลอการิทึมได้ และเราจะเรียกโนโมกราฟในภาพที่ 8 ว่าไม้บรรทัดลอการิทึม [7]

แนวทางการนำไม้บรรทัดลอการิทึมไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

ในการนำสื่อการเรียนรู้ไม้บรรทัดลอการิทึมไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณะผู้จัดทำได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า ปีการศึกษา 2566 จำนวน 40 คน มีวัตถุประสงค์ในการจัดการเรียนรู้คือ นักเรียนสามารถหาค่าลอการิทึมด้วยการใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมได้ โดยมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

นักเรียนทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของลอการิทึม เช่น ให้ a, n, M และ N เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $a \neq 1$ จะได้

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
4. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
5. $\log_a M^n = n\log_a M$
6. $\log_{a^n} M = \frac{1}{n}\log_a M$
7. $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$
8. $a^{\log_a M} = M$

และคิดคำนวณผ่านการทำโจทย์อย่างง่ายร่วมกันบนกระดาน 3 – 5 ข้อ เช่น จงหาค่าของ $\log_4 8$

วิธีทำ $\log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4}$

$= \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2}$

$= \frac{3\log_2 2}{2\log_2 2}$

$= \frac{3}{2}$

เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะลงมือปฏิบัติแล้วจึงไปสู่ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แนะนำไม้บรรทัดลอการิทึมให้นักเรียนรู้จัก และสาธิตการใช้งานให้นักเรียนเห็นว่า ไม้บรรทัดใช้งานอย่างไร ดังภาพที่ 9 และ ภาพที่ 10

ภาพที่ 9 – 10 : สาธิตการนำไม้บรรทัดลอการิทึมไปใช้งาน

โดยหลังจากนั้นแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนได้ทดลองใช้ไม้บรรทัดลอการิทึม อาจให้นักเรียนลงมือปฏิบัติร่วมกันโดยคละนักเรียนตามความสามารถ ซึ่งมีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้จากการตรวจใบกิจกรรม ดังภาพที่ 11 ภาพที่ 12 และภาพที่ 13

ภาพที่ 11 – 12 : กิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

คำชี้แจง ::: จงใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมหาค่าประมาณของลอการิทึมของจำนวนตามฐานต่าง ๆ ต่อไปนี้

ข้อ	ปัญหา	ค่าที่ได้จากไม้บรรทัด	ค่าที่ได้จากตาราง	ค่าคลาดเคลื่อน
1	$\log_3 8$			
2	$\log_6 4$			
3	$\log_8 5$			
4	$\log_8 2$			
5	$\log_7 6$			
6	$\log_4 7$			
7	$\log_3 2$			
8	$\log_5 9$			
9	$\log_2 5$			
10	$\log_7 3$			

ภาพที่ 13 : ใบกิจกรรมการหาค่าลอการิทึมโดยใช้ไม้บรรทัดลอการิทึม

ขั้นสรุปกิจกรรม

นักเรียนและครูร่วมกันสรุปกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน และตั้งประเด็นคำถามว่า ทำไมไม้บรรทัดลอการิทึมที่ออกแบบมาสามารถใช้ในการหาค่าลอการิทึมได้ โดยครูพยายามใช้คำถามนำเพื่อให้เห็นว่า หลักการของการใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมมาจากการวัด การประมาณค่านั่นเอง

ผลจากการทดลองใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการที่ผู้วิจัยนำไม้บรรทัดลอการิทึมไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการหาค่าลอการิทึมนั้น พบว่านักเรียนร้อยละ 100 สามารถใช้ไม้บรรทัดลอการิทึมในการหาค่าลอการิทึมได้ และค่าที่ได้นั้นมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยน้อยกว่า 1% แสดงให้เห็นว่าไม้บรรทัดลอการิทึมนั้นสามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้จริง ไม้บรรทัดลอการิทึมช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานจนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ไม้บรรทัดลอการิทึมยังทำให้ความเป็นนามธรรมของเนื้อหาลอการิทึมนั้น กลายเป็นรูปธรรมได้ง่ายขึ้นจากการวัดและการประมาณค่า ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น การสอนด้วยสื่อการสอนไม้บรรทัดลอการิทึม จึงเป็นหนึ่งในแนวปฏิบัติที่ดีในการสอนเรื่อง ลอการิทึม

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ดร.สรรฐณัฐ ปัญญาเสฏโฐ ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา และอาจารย์ชนิสรา เมธภัทรหิรัญ สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสวนดุสิต ที่ให้เกียรติเป็นผู้วิจัยร่วมกัน และก่อให้เกิดความร่วมมือทางวิชาการด้านคณิตศาสตร์ รวมถึง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้เป็นต้นแบบของการเป็นครู การเป็นนักวิชาการ และนักการศึกษาที่ดี นอกจากนี้ยังเป็นผู้สร้างแรงบันดาลใจในการผลิตบทความวิชาการนี้จนสำเร็จ

เอกสารอ้างอิง

[1] กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)*. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

[2] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

[3] นิตยา สอนนุชาติ. (2562). *การพัฒนาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5* [รายงานวิจัย]. โรงเรียนนิคมน้ำอูนเจริญวิทยา

[4] อาจวรงค์ จันทมาศ. (2565). *ภาษาจักรวาล ประวัติย่อของคณิตศาสตร์*. ดราก้อนวอร์.

[5] วลัยนุช สกุลนุ้ย. (2555). *ปัจจัยที่มีผลต่อการใช้สื่อการสอนตามความคิดเห็นของครูศูนย์การศึกษานอกโรงเรียนจังหวัดนนทบุรี* [รายงานการวิจัย]. วิทยาลัยราชพฤกษ์.

[6] สุลักขณา คุ้มทรัพย์. (2555). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิด วิเคราะห์ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5* [สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

[7] Ostler, E. (2013). Exploring logarithms with a ruler. *The Mathematics Teacher*, *106*(9), 668–673.