

การศึกษาอิทธิพลของความหนืดเลือดและลักษณะการตีบของหลอดเลือดแดงที่มีผลต่อ
พฤติกรรมการไหลโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

**The Numerical Investigation of Blood Viscosity and Arterial Stenosis Characteristics on
the Flow Behavior**

ชยานนท์ เสริฐธิกุล¹ ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช² และ ทรรชนก ประภาสวัสถี^{3,*}

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบินอวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า
พระนครเหนือ แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพมหานคร 10800

²ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ถนนพหลโยธิน
อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12121

³สาขาวิชาวิศวกรรมปิโตรเคมีและสิ่งแวดล้อม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีปทุมวัน
แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330

Email: p.tatchsnok@gmail.com

Chayanon Serttikul¹, Phadungsak Rattanadecho² and Tatchanok Prapasawat^{3,*}

¹Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800, Thailand

²Center of Excellence in Electromagnetic Energy Utilization in Engineering (CEEE.), Department of
Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Thammasat University (Rangsit Campus),
Pathumthani 12120, Thailand

³Department of Petrochemical and Environmental Engineering, Faculty of Engineering,
Pathumwan Institute of Technology, Bangkok 10330, Thailand

Email: p.tatchsnok@gmail.com

บทคัดย่อ

รายงานวิจัยฉบับนี้นำเสนอผลกระทบของความหนืดของเลือดและพื้นที่หน้าตัดการไหลที่มีต่อพฤติกรรม
การไหลของเลือดภายในหลอดเลือดแดงรวมถึงพฤติกรรมทางกลที่เกิดขึ้นกับหลอดเลือดโดยการใช้ระเบียบวิธีเชิง
ตัวเลข และพิจารณาการไหลของเลือดแบบนิวโตเนียนผ่านพื้นที่หน้าตัดการไหลหลอดเลือดที่ 50%, 30% และ
15% นอกจากนี้ยังทำการเปรียบเทียบผลกระทบของความหนืดของเลือดที่เปลี่ยนแปลงในกรณีผู้ป่วย
โรคเบาหวานกับบุคคลปกติ ตัวแปรที่ทำการศึกษา ได้แก่ สันามความเร็ว สันามความดัน และอัตราเฉือนของเลือด

ภายในหลอดเลือดแดงตลอดจนความเค้นรวมที่ผนังหลอดเลือดแดง เมื่อพิจารณาจากอัตราเฉือนของเลือดภายในหลอดเลือดที่ตำแหน่งก่อนเกิดการตีบ พบว่าการลดพื้นที่หน้าตัดการไหลจาก 50% เป็น 15% ส่งผลให้มีโอกาสเกิดการไหลอุดตันเพิ่มขึ้น 20 % นอกจากนี้ความดันภายในหลอดเลือดยังเพิ่มขึ้น 4 เท่าอีกด้วย สำหรับการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ทำการเปรียบเทียบสนามความเร็วและพฤติกรรมการไหลในหลอดเลือดที่ได้รับการบายพาสจากโมเดลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งพบว่าทั้งผลลัพธ์เชิงตัวเลขและพฤติกรรมการไหลมีความใกล้เคียงและสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

คำสำคัญ: การไหลของเลือด; หลอดเลือดแดง; หลอดเลือดตีบ; ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข; แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Abstract

This research article presents the effect of blood viscosity and flow cross-sectional area on the behaviors of intra-arterial blood flow and mechanical behavior on blood vessels by using numerical method. The effect of arterial cross section area at 50%, 30% and 15% on the Newtonian blood flow were considered. In addition, the effect of blood viscosity variation, which in diabetics and in normal, on the flow behavior were also compared. The parameters such as velocity, pressure and shear rate within the arteries were studied. As considering the shear rate inside the arteries before stenosis, the results showed that the decrease of the flow cross-sectional area from 50% to 15% resulted in the likelihood of clogged arteries 20% increase, and the pressure was also raised 4 times. For the mathematical model validation, the velocity field and flow pattern in the bypassed arteries from the previous researches and from this research were examined. It was found that both numerical results and the flow behavior were adjacent and consistent.

Keywords: Blood flow; Arterial; Newtonian blood; Aortic stenosis; Numerical method; Mathematical model

1. บทนำ

ในปัจจุบันงานวิจัยในลักษณะสหวิทยาการโดยเฉพาะการบูรณาการความรู้ด้านวิศวกรรมศาสตร์และการแพทย์มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ยกตัวอย่างการศึกษาอิทธิพลของคุณสมบัติของเลือดที่มีผลต่อพฤติกรรมการไหลเวียนของเลือดภายในหลอดเลือดโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้นเป็นสิ่งที่น่าสนใจอย่างยิ่งและยังไม่ค่อยมีการศึกษาอย่างเป็นระบบและแพร่หลาย เนื่องจากการศึกษาปรากฏการณ์ในอวัยวะหรือร่างกายของมนุษย์นั้นมีความซับซ้อน อีกทั้งยังมีข้อจำกัดทางด้านจริยธรรมหากจะทำการศึกษาและวิจัยโดยใช้ข้อมูลจากการทดลอง ยกตัวอย่างการศึกษาพฤติกรรมการไหลเวียนของเลือดและความเค้นที่ผนังหลอดเลือดที่มีลักษณะตีบ อันเนื่องมาจากคุณสมบัติทางโลหิตวิทยา (คุณสมบัติของเลือด) ที่ต่างกัน การทำนายพฤติกรรมการไหลของเลือด

และความเค้นที่เกิดขึ้นบนผนังหลอดเลือดดังกล่าวจะสามารถทำนายโอกาสของการเกิดการอุดตันและความเสียหายของผนังหลอดเลือดแดงในผู้ป่วยที่มีเงื่อนไขที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนอกจากจะใช้ทำนายผลกระทบก่อนการรักษายังสามารถนำไปใช้ทำนายผลกระทบหลังการรักษา เช่นการตัดต่อหลอดเลือดบายพาสเพื่อแก้ปัญหาหลอดเลือดตีบ โดยผลลัพธ์ของพฤติกรรมทางกลที่ได้สามารถนำไปพัฒนาออกแบบลักษณะหลอดเลือดเทียมต่อไปในอนาคต

ตัวอย่างงานวิจัยที่น่าสนใจ ได้แก่ Ko และคณะ [1] ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหลอดเลือดที่มีลักษณะการตีบแตกต่างกันและได้รับการปลูกถ่ายหลอดเลือดบายพาส พบว่าค่าความเค้นเฉือนเกิดขึ้นที่บริเวณผนังหลอดเลือดที่ตีบมากเป็นพิเศษ ทั้งนี้การศึกษายังไม่รวมถึงการพิจารณาคุณสมบัติทางกลของหลอดเลือด Vimmr และ Jonasova [2] เปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหลอดเลือดที่ได้รับการปลูกถ่ายหลอดเลือดบายพาสโดยทำการเปรียบเทียบพฤติกรรมการไหลของหลอดเลือดบนสมมติฐานการไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian) และไม่เป็นแบบนิวโตเนียน (non-Newtonian) ทั้งนี้หลอดเลือดหลักที่นำมาศึกษามีได้มีลักษณะตีบแต่อย่างใด Koksungnoen และคณะ [3] ศึกษาผลกระทบของกายวิภาคศาสตร์มุมหลอดเลือดบายพาสที่ส่งผลดีที่สุดต่อการรักษาโดยพิจารณาพฤติกรรมการไหลของเลือดภายในหลอดเลือดและความดันลด ทั้งนี้พบว่ากรณีหลอดเลือดบายพาสทำมุม 45° กับหลอดเลือดหลักส่งผลดีต่อพฤติกรรมการไหลมากที่สุดซึ่งการทำนายผลลัพธ์หลังการรักษาลักษณะดังกล่าวถือว่ามีประโยชน์ในการวางแผนการรักษา Akar และคณะ [4] ศึกษาวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับอิทธิพลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่อพฤติกรรมการไหลเวียนของเลือดภายในหลอดเลือดแดงที่มีลักษณะโค้ง การศึกษามุ่งเน้นไปที่การประยุกต์ใช้สำหรับการบำบัดหรือการนำส่งยาผ่านหลอดเลือดด้วยความช่วยเหลือของอนุภาคนาโนแม่เหล็กและสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ศึกษาอิทธิพลของปริมาณแม่เหล็ก, ค่า Reynolds number, ค่าสัมประสิทธิ์ความโค้งของหลอดเลือดและตำแหน่งของแท่งแม่เหล็กต่อพฤติกรรมการไหล เช่นความเร็ว ความดัน และความเค้นเฉือน ผลการวิจัยพบว่าอิทธิพลของสนามแม่เหล็กสังเกตได้อย่างมีนัยสำคัญในกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความโค้งของหลอดเลือดแดงสูงและค่า Reynolds number ค่า Fusi และ Farina [5] ทำการศึกษาความเสถียรเชิงเส้นของการไหลเวียนของเลือดในหลอดเลือดขนาดเล็ก ซึ่งแบบจำลองการไหลถูกสร้างขึ้นสำหรับของเหลวแบบ non-homogeneous และปริมาณเม็ดเลือดแดงแบบไม่ต่อเนื่องกันบนพื้นที่หน้าตัดของหลอดเลือดแดง ทั้งนี้เซลล์เม็ดเลือดแดง (RBC) จะมีปริมาณลดลงที่ผนังหลอดเลือดและส่งผลต่อความหนืดและความคงตัวของหลอดเลือด Foong และคณะ [6] ทำการจำลองพฤติกรรมการไหลเวียนของเลือดภายในหลอดเลือดภายใต้ฟลักซ์ความร้อนคงที่สำหรับสมมติฐานการไหลของของไหลแบบ Newtonian และ non-Newtonian โดยผลการศึกษาแสดงถึงการกระจายของอุณหภูมิภายในเลือดและค่า Nusselt number ที่ระยะตามแนวรัศมีต่างๆของหลอดเลือดแดง นอกจากนี้การเพิ่มอิเล็กโทรไลต์ (electrolytes) ในหลอดเลือดอาจเปลี่ยนพฤติกรรมการไหลจากของไหลที่ไม่ใช่แบบนิวโตเนียนไปเป็นของไหลแบบนิวโตเนียนซึ่งจะเพิ่มความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของเลือด งานวิจัยนี้อาจเป็นประโยชน์ต่อการนำไปออกแบบยา วัคซีน หรือเซรัม ซึ่งส่งผลต่อกลไกการควบคุมอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในเลือดหลังจากได้รับยา วัคซีน หรือเซรัม Karimipour และคณะ [7] ได้แสดงการ

ไหลเวียนของหลอดเลือดแดงขาหนีบ โดยการเดินเป็นจังหวะของการไหลเวียนของเลือดทำให้ความเร็วของการไหลไม่เสถียร การวิเคราะห์โรคหลอดเลือดที่มักเกิดคราบพลัค (plaque) ภายในหลอดเลือดและอาจทำให้เกิดอาการปวดและทำให้บริเวณด้านนอกของผนังหลอดเลือดไม่แข็งแรง ผลการวิจัยพบว่ามุมโค้งของหลอดเลือดแดงและความหนืดของเลือดส่งผลต่อความดัน ความเร็ว และแรงเฉือนที่ผนังหลอดเลือด Vasu และคณะ [8] ได้ศึกษาการไหลเวียนของเลือดแบบลามินาร์ (laminar) ผ่านโดเมนหลอดเลือดแดง 2 มิติที่หัดตัวเล็กน้อย โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และพิจารณาผลของอนุภาคนาโนที่แขวนอยู่ในเลือด วัตถุประสงค์เพื่อใช้ในการรักษาโรคหลอดเลือดหัวใจโดยพิจารณาผลกระทบของเลขพรันด์เทิล (Prandtl Number), ค่าคงที่ชีพจร (Pulsatile constants), อุณหภูมิ และคุณสมบัติทางโลหิตวิทยาต่อการไหลเวียนของเลือดและแรงเฉือนในหลอดเลือดแดงตีบ การศึกษานี้เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์การขนส่งอนุภาคนาโนไปยังเป้าหมายเฉพาะภายในหลอดเลือด Taher และ Gholampour [9] นำเสนอผลของการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิแวดล้อมที่มีต่อการไหลเวียนของเลือดในหลอดเลือดสมองส่วนหน้าของผู้ป่วยที่ผ่าตัดเปิดกะโหลก ผลการศึกษาพบว่าค่าความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดและค่าความเค้นของ von Mises (von Mises Stress) แตกต่างกันเล็กน้อย (<3%) ทั้งในคนไข้และคนที่มิสุขภาพดีสำหรับช่วงอุณหภูมิที่ทดสอบ นอกจากนี้การพิจารณาที่อุณหภูมิต่ำ (5 °C) ค่าความเครียดเพิ่มขึ้น 2.1 เท่า ในผู้ป่วยและ 2.5 เท่า ในบุคคลปกติ Ward และคณะ [10] นำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างกรุ๊ปเลือด ABO กับความเสี่ยงโรคหัวใจและหลอดเลือด พบว่าความเสี่ยงของการเกิดลิ่มเลือดอุดตันลดลงอย่างมีนัยสำคัญสำหรับบุคคลที่มีเลือดกรุ๊ปโอ ซึ่งสนับสนุนสมมติฐานที่ว่ากรุ๊ปเลือดต่าง ๆ ส่งผลต่อลักษณะของเกล็ดเลือดและเซลล์เม็ดเลือดแดง Hassanzadeh และคณะ [11] ศึกษาแบบจำลองการไหลเวียนของเลือดด้วยวิธี Lattice Boltzmann (LBM) สำหรับการไหลเวียนของเลือดที่ไม่ใช่ของไหลแบบนิวโตเนียน (non-Newtonian) ผลการศึกษาพบว่าความเค้นเฉือนและความดันลดน้อยกว่าในกรณีของการไหลเวียนของเลือดที่พิจารณาให้เป็นของไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian) ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตเดียวกัน Pegolotti และคณะ [12] ได้นำเสนอการลดจำนวนอิเล็กเมนต์สำหรับการจำลองการไหลของหลอดเลือดด้วยสมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยจำนวนตัวแปรอิสระที่ลดลงส่งผลต่อการคำนวณซ้ำและระบบสมการเชิงเส้นให้มีขนาดลดลง ทั้งนี้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยเทคนิควิธีนิวตัน-ราฟสัน ยังคงได้ผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความแม่นยำและน่าพอใจ Zhang และคณะ [13] ได้ทำการศึกษาหลอดเลือดเทียมขนาดเล็กที่ทำจากพอลิเมอร์ผสม (Polybido elastomer และ silk fibroin) โดยทำการพิจารณาวัสดุและคุณสมบัติทางกลสำหรับความเข้ากันได้ของหลอดเลือดแดงเดิมและหลอดเลือดใหม่ที่ได้รับการปลูกถ่าย การศึกษามีจุดประสงค์เพื่อลดโอกาสการเกิดลิ่มเลือดและการสะสมไขมันในหลอดเลือดบริเวณที่ได้รับการปลูกถ่าย จากตัวอย่างงานวิจัยที่สืบค้นจะเห็นได้ว่า งานวิจัยในลักษณะข้ามสายองค์ความรู้ระหว่างแพทย์และวิศวกรรมนั้นยังมีอยู่ในวงที่จำกัดและส่วนใหญ่อยู่บนพื้นฐานการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการไหลภายในหลอดเลือด โดยตัวแปรส่วนใหญ่ที่ได้รับการศึกษาได้แก่ การปรับปรุงเทคนิควิธีการคำนวณทางระเบียบวิธีเชิงตัวเลข การศึกษาการไหลในหลอดเลือดบนสมมติฐานการไหลแบบ Newtonian และ non-Newtonian ทั้งนี้ส่วน

ใหญ่เป็นการทำนายการไหลภายในหลอดเลือดปกติที่ไม่ได้เกิดการตีบ และมีงานในปริมาณไม่มากที่พิจารณาคุณสมบัติทางกลของหลอดเลือดร่วมกับการทำนายพฤติกรรมของการไหลภายในหลอดเลือด

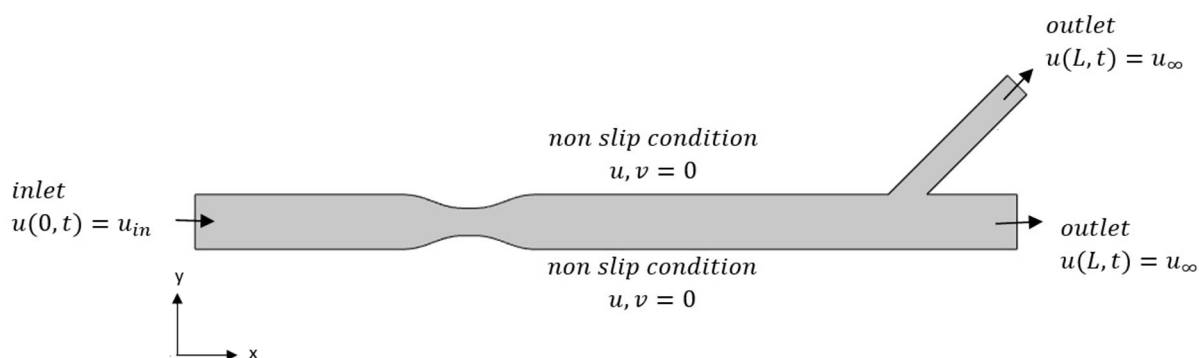
งานวิจัยนี้จะทำการศึกษาปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดที่ลดลง, ความหนืดของเลือดที่ส่งผลต่อพฤติกรรมไหลของ หลอดเลือดตีบตัน เพื่อยกระดับองค์ความรู้และช่วยให้การวินิจฉัยการรักษาโรคเป็นไปอย่างมีระบบอีกทั้งสามารถต่อยอดนำไปใช้ในการทำนายผลกระทบหลังการรักษาโรคดังกล่าวด้วยวิธีการบายพาสหลอดเลือดหัวใจได้ในอนาคต

2. แบบจำลองทางกายภาพ สมการที่เกี่ยวข้อง เงื่อนไขขอบเขตและสมมติฐาน

2.1 แบบจำลองทางกายภาพ

สำหรับรูปแบบทางกายภาพที่ทำการศึกษาคือพิจารณาหลอดเลือดที่มีลักษณะตีบในระบบ 2 มิติโดยจะพิจารณาสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัด 50% 30% 15% เมื่อเทียบกับพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดปกติ และเปรียบเทียบพฤติกรรมการไหลของเลือดที่มีค่าความหนืดแตกต่างกันสองค่าสำหรับบุคคลปกติและผู้ป่วยโรคเบาหวาน ตามตารางที่ 1

รูปที่ 1 แสดงลักษณะหลอดเลือดตีบที่ได้ทำการศึกษาโดยมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm ยาว 30 mm โดยมีเลือดที่มีความหนาแน่น 1060 kg/m^3 ไหลอยู่ภายใน สำหรับพื้นที่หน้าตัดการไหลบริเวณที่เกิดการตีบจะถูกนำมาพิจารณาเงื่อนไขการไหลโดยแบ่งเป็นสามกรณีดังที่ได้กล่าวไป ได้แก่ กรณีสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัดที่ลดลงเหลือ 50%, 30% และ 15% ของหลอดเลือดปกติ กำหนดให้ค่ามอดุลัสของยัง (Young's modulus) เท่ากับ $2,190,000 \text{ Pa}$, อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) เท่ากับ 0.4, ความเร็วขาเข้าและความดันขาออกจากหลอดเลือดมีค่าเท่ากับ 0.23 m/s และ 12 kPa ตามลำดับ โดยอ้างอิงจาก Vimmr และ Jonasova [2]



รูปที่ 1 แสดงแบบจำลองทางกายภาพของหลอดเลือดที่เกิดการตีบ โดย Koksungnoen และคณะ [3]

ตารางที่ 1 ค่าความหนืดและความหนาแน่นของเลือดสำหรับบุคคลปกติและผู้ป่วยโรคเบาหวาน

Vimmr และ Jonasova [2]

ตัวอย่างเลือด	ความหนืด [Pa.s]	ความหนาแน่น [kg/m ³]
บุคคลปกติ	0.00345	1060
ผู้ป่วยโรคเบาหวาน	0.00397	1100

2.2 สมการที่เกี่ยวข้อง

สมการที่ใช้พิจารณาร่วมกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขประกอบไปด้วยกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์ (Partial differential equations) โดย Koksungnoen และคณะ [3] แสดงดังต่อไปนี้

สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equation)

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho f_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho f_y \quad (3)$$

โดยที่

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \quad (4)$$

และ

ρ = ความหนาแน่นของเลือด (blood density)

u, v = ความเร็วของเลือดสำหรับการไหลในทิศทาง x, y

$\vec{V}$ = เวกเตอร์ความเร็ว (velocity vector)

t = เวลา (time)

P = ความดัน (pressure)

τ = ความเค้นเฉือน (shear stress)

f = แรงลอยตัว (volume force)

σ = ความเค้นตั้งฉาก (normal stress)

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและความเร็วสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\tau_{ij} = -\mu \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (5)$$

2.3 เงื่อนไขขอบเขต

สำหรับเงื่อนไขขอบเขตในการวิเคราะห์เมื่อพิจารณาร่วมกับรูปที่ 1 สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

1. ทางเข้าหลอดเลือด (Inlet) กำหนดให้ความเร็วของเลือดที่ทางเข้าหลอดเลือดมีค่าสม่ำเสมอ (Uniform velocity profile)
2. ทางออกหลอดเลือด (Inlet) กำหนดให้ความเร็วมีลักษณะการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ (Fully developed)
3. เงื่อนไขการไหลของเลือดที่บริเวณผนังหลอดเลือดกำหนดให้มีค่าความเร็วเท่ากับศูนย์ (non-slip condition)

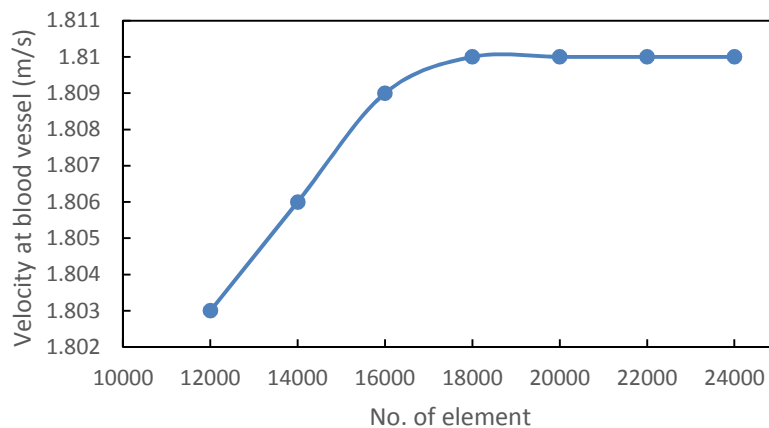
2.4 สมมติฐาน

สำหรับการหาผลเฉลยจากกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวจะอยู่ภายใต้สมมติฐานดังต่อไปนี้

1. ไม่พิจารณาการยืดหดตัวของผนังหลอดเลือดแดง
2. การไหลของเลือดเป็นไปตามพฤติกรรมการไหลแบบลามินาร์
3. ความเร็วขาออกของเลือดมีลักษณะการไหลที่พัฒนาเต็มที่ (Fully developed)
4. การไหลของเลือดเป็นไปตามเงื่อนไขอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow)
5. พิจารณาเลือดให้มีพฤติกรรมการไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian)
6. ไม่พิจารณาความเร็วการไหลของเลือดเป็นแบบชีพจร (pulsatile case) โดยจะพิจารณาการไหลของเลือดเป็นช่วงระยะเวลา 1 วินาที
7. กำหนดเงื่อนไขการไหลที่บริเวณผนังหลอดเลือดเป็นแบบ non-slip condition

3. ขั้นตอนทางระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Procedure)

ปัญหาการไหลในหลอดเลือดถือเป็นปัญหาที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Transient problem) ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้ถูกคำนวณผ่านเทคนิควิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) โดยโปรแกรม COMSOL Multiphysics โดเมนสองมิติถูกวิเคราะห์ผ่านกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์โดยตัวแปรอิสระถูกจัดวางในเอลิเมนต์ย่อยรูปทรงสามเหลี่ยมเพื่อคำนวณหาความเร็วการไหลของเลือด ความดันภายในหลอดเลือด, อัตราเฉือนและความเค้นภายในหลอดเลือด โดยบริเวณใกล้เคียงผนังหลอดเลือดถูกกำหนดให้มีความละเอียดของเอลิเมนต์มากกว่าปกติ เนื่องจากส่งผลต่อการเข้าสู่ของผลเฉลยที่ได้จากกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่ถูกกำหนด จำนวนเอลิเมนต์น้อยที่สุดที่ทำให้ผลเฉลยมีค่าคงที่ (Mesh Independent) มีจำนวนเท่ากับ 18,000 เอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 2 นอกจากนี้ค่าช่วงเวลาเริ่มต้น (Initial time step) ที่ใช้ในการคำนวณถูกกำหนดไว้ให้อยู่ในช่วง 0.01-0.1 วินาที เมื่อผลลัพธ์เริ่มมีการเข้าสู่หาผลเฉลยและค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative error) ถูกกำหนดไว้ที่ 1×10^{-6}

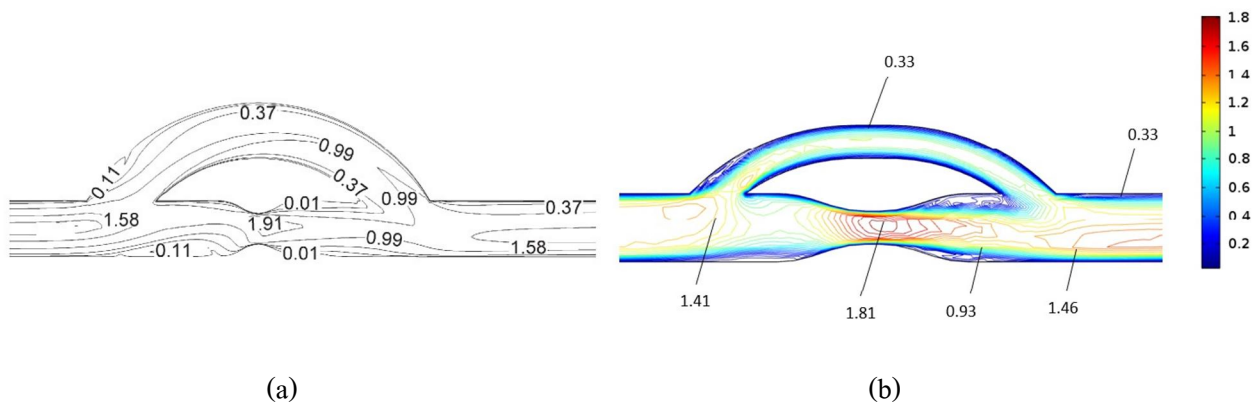


รูปที่ 2 การวิเคราะห์ Mesh Independent

4. ผลลัพธ์และวิจารณ์

4.1 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์จะทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากชุดสมการเชิงอนุพันธ์ (PDE) และเงื่อนไขขอบเขตที่ออกแบบใน COMSOL Multiphysics กับผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองการไหลด้วยวิธีเชิงตัวเลขของหลอดเลือดบายพาสโดย Ko และคณะ [1] ผลลัพธ์ที่ทำการเปรียบเทียบอยู่บนพื้นฐานของแบบจำลอง 3 มิติ โดยทำการเปรียบเทียบสนามความเร็วภายในหลอดเลือดแดงสำหรับระนาบ (Plane) ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของโดเมนสามมิติ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นสนามความเร็วในรูปแบบตัวแปรไร้มิติโดยเป็นค่าความเร็วจริง ณ ตำแหน่งที่พิจารณาหารด้วยความเร็วขาเข้าหลอดเลือด พบว่ามีความใกล้เคียงกันตลอดจนพฤติกรรมการไหลของเลือดภายในหลอดเลือดแดงทั้งสองต่างเป็นไปตามหลักการตามทฤษฎี กล่าวคือมีลักษณะค่าความเร็วการไหลของเลือดสูงที่บริเวณที่เกิดการตีบของหลอดเลือดและบริเวณที่เกิดการผันผวนของการไหล (fluctuation) หลังจากผ่านพ้นบริเวณที่เกิดการตีบมีลักษณะคล้ายคลึงกัน ดังแสดงในรูปที่ 3 ทั้งนี้พบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนประมาณ 5% - 10% อาจมีสาเหตุมาจากเส้นโค้งโดเมนบริเวณที่เกิดการตีบและเส้นโค้งของหลอดเลือดบายพาสไม่ได้มีรูปทรงเท่ากันพอดีกับแบบจำลองที่นำมาตรวจสอบความถูกต้องเนื่องจากผลงานดังกล่าวไม่ได้แสดงความสัมพันธ์ของส่วนโค้งดังกล่าวในลักษณะสมการทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้ลักษณะความแตกต่างของโดเมนเพียงบางส่วนจึงอาจส่งผลต่อค่าความแม่นยำอยู่บ้างตามที่ได้กล่าวไป แต่ทั้งนี้พบว่าพฤติกรรมการไหลยังคงมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

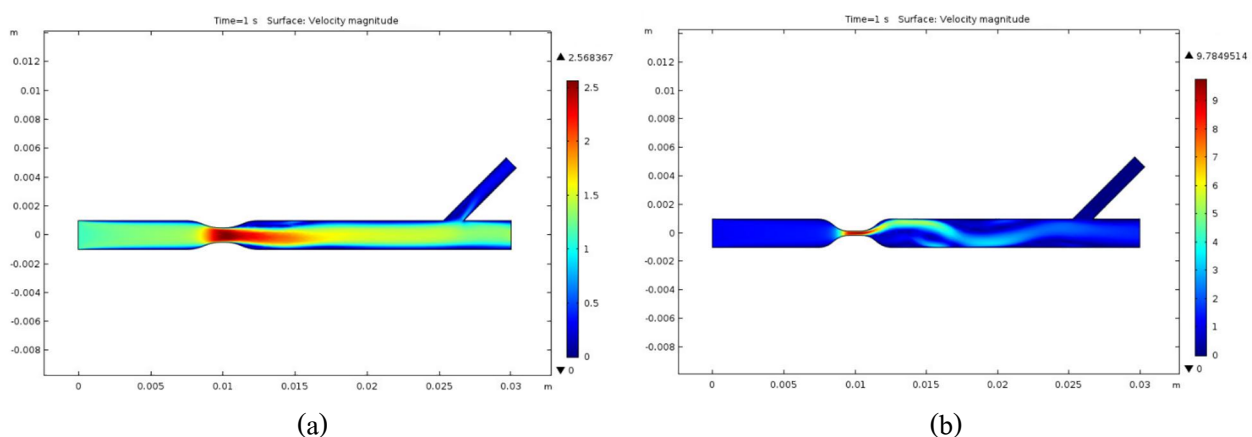


รูปที่ 3 การเปรียบเทียบสนามความเร็ว (Normalized by U_m) บนระนาบกึ่งกลางของหลอดเลือดแดงในโดเมนสามมิติ (a) สนามความเร็วโดย Ko และคณะ [1]

(b) สนามความเร็วจาก COMSOL Multiphysics โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ

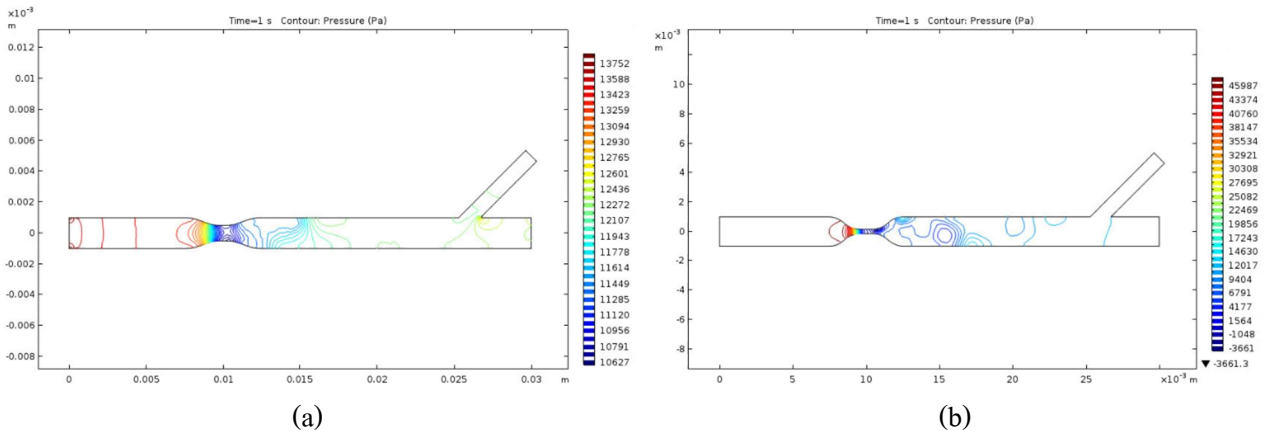
4.2 ผลกระทบของพื้นที่หน้าตัดที่ลดลงของหลอดเลือดตีบที่มีผลต่อสนามความเร็ว, สนามความดัน, ความเค้นที่ผนังหลอดเลือดและอัตราเฉือน

รูปที่ 4 แสดงผลกระทบของพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดที่มีต่อสนามความเร็ว พบว่าพื้นที่หน้าตัดของหลอดเลือดที่ลดลงจาก 50% เป็น 15% ส่งผลให้ความเร็วของเลือดภายในหลอดเลือดแดงมีความเร็วเพิ่มขึ้นเกือบ 4 เท่า ณ ตำแหน่งที่เกิดการตีบและก่อให้เกิดบริเวณความดันลด (Pressure drop) หลังตำแหน่งที่เกิดการตีบ โดยจะพบว่ากรณีพื้นที่หน้าตัดหลอดเลือดแดงลดลงเหลือ 15% ที่ตำแหน่งดังกล่าวจะมีความเร็วเพิ่มขึ้นและความดันลดลงอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับกรณี 50% ส่งผลให้อัตราการไหลเชิงมวลลดลงอย่างมีนัยสำคัญและยังเกิดลักษณะการผันผวนของการไหล (fluctuation) หลังบริเวณที่เกิดการตีบของหลอดเลือด โดยเป็นผลกระทบที่เกิดขึ้นจากความดันลดดังที่ได้กล่าวไป



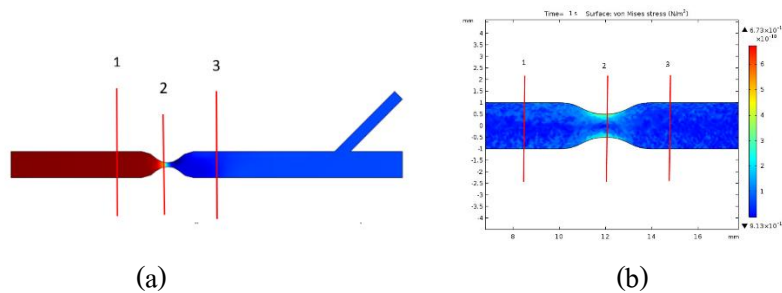
รูปที่ 4 การเปรียบเทียบสนามความเร็ว (Normalized by U_m) สำหรับการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบของบุคคลปกติที่มีพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงเหลือ (a) 50% และ (b) 15%

รูปที่ 5 แสดงผลกระทบของพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดที่มีต่อสนามความดัน พบว่าพื้นที่หน้าตัดที่ลดลงส่งผลให้เกิดการสะสมความดันภายในบริเวณหลอดเลือดแดงก่อนถึงตำแหน่งบริเวณที่เกิดการตีบเพิ่มขึ้น โดยกรณีพื้นที่หน้าตัดการไหล 50% และ 15% พบค่าความดันสูงสุดในหลอดเลือดสูงขึ้นถึง 1.2 และ 4 เท่าตามลำดับเมื่อเทียบกับค่าความดันปกติ (12 kPa หรือ 90 mmHg)



รูปที่ 5 การเปรียบเทียบสนามความดันสำหรับการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบของบุคคลปกติที่มีพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงเหลือ (a) 50% และ (b) 15%

หากพิจารณารูปที่ 6(a) จะพบว่าบริเวณที่เกิดสนามความดันสูงสุดคือบริเวณพื้นที่หน้าตัดการไหลตำแหน่งที่ 1 ซึ่งสอดคล้องกับรูปที่ 5 แต่หากพิจารณารูปที่ 6(b) กลับพบว่าบริเวณที่ได้รับค่าความเค้นรวมสูงสุดกลับเป็นบริเวณผนังหลอดเลือดที่ตำแหน่งพื้นที่หน้าตัดการไหลตำแหน่งที่ 2 ซึ่งเกิดการตีบ สาเหตุมาจากปัจจัยของพื้นที่รับแรงดันที่ลดลง ณ บริเวณที่เกิดการตีบ

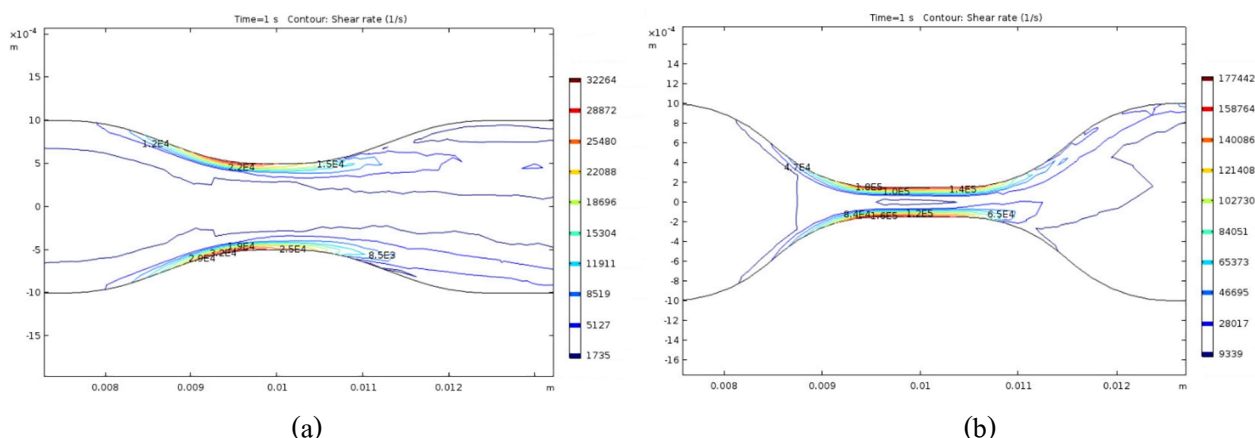


รูปที่ 6 เปรียบเทียบ (a) บริเวณที่เกิดสนามความดันสูงสุด และ (b) บริเวณที่เกิดค่าความเค้นของ von Mises (von Mises stress) สูงสุด

รูปที่ 7 แสดงผลกระทบของพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดที่มีต่ออัตราเฉือน (dU/dx) ของเลือดภายในหลอดเลือดแดง พบว่าอัตราเฉือนบริเวณใกล้เคียงผนังหลอดเลือดแดงที่ตำแหน่งบริเวณที่เกิดการตีบเพิ่มขึ้น 5.5 เท่าเมื่อพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงจาก 50% เป็น 15% ส่งผลให้ความเร็วในการไหลของเลือดเพิ่มขึ้นดังที่แสดง

ในรูปที่ 4 ทั้งนี้ยังส่งผลถึงแรงเฉือนที่ผนังหลอดเลือดที่เพิ่มขึ้นและอาจสร้างความเสียหายให้ผนังหลอดเลือดบริเวณดังกล่าว

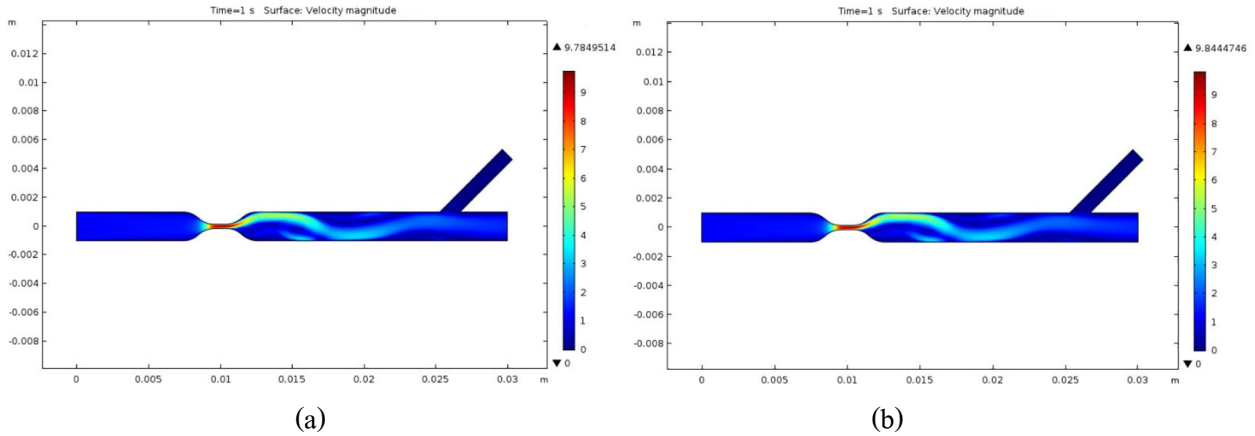
เมื่อพิจารณาดำแหน่งบริเวณก่อนที่เกิดการตีบพบว่าอัตราเฉือนบริเวณใกล้เคียงผนังหลอดเลือดแดงลดลง 20% เมื่อพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงจาก 50% เป็น 15% โดยอัตราเฉือนที่ผนังหลอดเลือดที่ลดลงนั้นหมายถึงโอกาสในการเกิดการอุดตันสำหรับการไหลของเลือดภายในหลอดเลือดมากขึ้นเช่นกัน



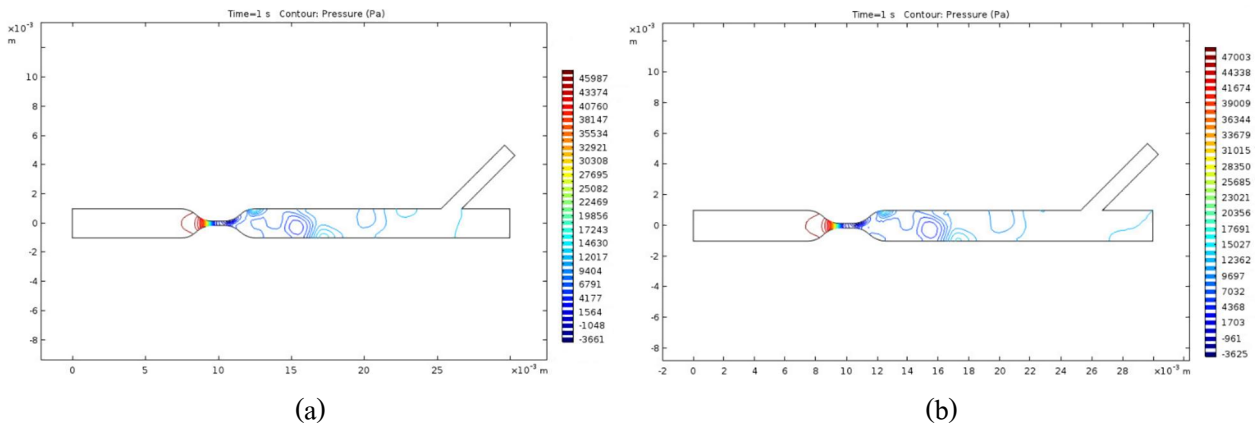
รูปที่ 7 การเปรียบเทียบอัตราเฉือนสำหรับการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบของบุคคลปกติที่มีพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงเหลือ (a) 50% และ (b) 15%

4.3 ผลกระทบของค่าความหนืดเลือดที่มีผลต่อสนามความเร็ว, สนามความดัน, อัตราเฉือน

รูปที่ 8 และ 9 แสดงผลกระทบของความหนืดเลือดที่มีต่อสนามความเร็วในกรณีพื้นที่หน้าตัดการไหลของหลอดเลือดลดลงเหลือ 15% เบื้องต้นพบว่าลักษณะสนามความเร็ว และสนามความดันของเลือดภายในหลอดเลือดแดงยังคงมีพฤติกรรมลักษณะเดียวกันกับบุคคลผู้ไม่มีความผิดปกติของความหนืดเลือดแต่พบว่าการไหลของเลือดที่บริเวณเกิดการตีบมีความเร็วเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความหนืดที่เพิ่มขึ้นและพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ลดลงส่งผลให้เกิดความดันสะสมในหลอดเลือดบริเวณก่อนถึงตำแหน่งตีบมากกว่ากรณีความหนืดเลือดปกติ ส่งผลให้ความเร็วในการไหลของเลือดเพิ่มสูงขึ้นดังกล่าว นอกจากนี้พบว่าความหนืดของเลือดที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้อัตราเฉือนลดลงเล็กน้อยและมีนัยสำคัญน้อยกว่ากรณีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดการไหล อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้ยังมิได้รวมถึงคุณสมบัติทางกลของผนังหลอดเลือดที่เปลี่ยนแปลงไปสำหรับผู้ป่วยโรคเบาหวาน ซึ่งในทางทฤษฎีค่าความยืดหยุ่นของผนังหลอดเลือดสำหรับผู้ป่วยโรคเบาหวานจะมีค่าลดลง ดังนั้นความเสี่ยงในการเกิดความเสียหายต่อผนังหลอดเลือดจึงเพิ่มทวีมากขึ้นจากปัจจัยของตัวแปรดังกล่าว ทั้งนี้ควรนำเสนอข้อมูลเชิงประจักษ์ให้ชัดเจนในลำดับต่อไปสำหรับงานวิจัยในอนาคต โดยค่าความเร็ว ความดัน และอัตราเฉือนที่พบในหลอดเลือดแต่ละกรณีศึกษาได้ถูกแสดงในตารางที่ 2, 3 และ 4



รูปที่ 8 การเปรียบเทียบสนามความเร็ว (Normalized by U_{in}) สำหรับการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบของ (a) บุคคลปกติและ (b) ผู้ป่วยโรคเบาหวาน กรณีพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงเหลือ 15%



รูปที่ 9 การเปรียบเทียบสนามความดันสำหรับการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบของ (a) บุคคลปกติและ (b) ผู้ป่วยโรคเบาหวาน กรณีพื้นที่หน้าตัดการไหลลดลงเหลือ 15%

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่าความเร็วการไหลที่มากที่สุดที่เกิดขึ้นภายในหลอดเลือดตีบขนาดต่างๆของบุคคลปกติ และผู้ป่วยโรคเบาหวาน

%พื้นที่หน้าตัดหลอดเลือดตีบ (เทียบกับหลอดเลือดขนาดปกติ)	ความเร็วการไหลของเลือดภายในบริเวณ หลอดเลือดตีบ (Normalized by U_{in})	
	บุคคลปกติ	ผู้ป่วยโรคเบาหวาน
15%	9.784	9.844
30%	4.363	4.392
50%	2.568	2.587

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบค่าความดันที่มากที่สุดที่เกิดขึ้นภายในหลอดเลือดตีบขนาดต่างๆของบุคคลปกติและผู้ป่วยโรคเบาหวาน

%พื้นที่หน้าตัดหลอดเลือดตีบ (เทียบกับหลอดเลือดขนาดปกติ)	ความดันของเลือดภายในหลอดเลือด (ก่อนบริเวณตีบ) [Pa]	
	บุคคลปกติ	ผู้ป่วยโรคเบาหวาน
15%	45,987.11	47,003.39
30%	17,196.07	19,439.55
50%	13,750.89	13,897.18

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบค่าความดันที่มากที่สุดที่เกิดขึ้นภายในหลอดเลือดตีบขนาดต่างๆของบุคคลปกติและผู้ป่วยโรคเบาหวาน

%พื้นที่หน้าตัดหลอดเลือดตีบ (เทียบกับหลอดเลือดขนาดปกติ)	อัตราเฉือนของเลือดภายในบริเวณหลอดเลือดตีบ [1/s]		อัตราเฉือนของเลือดภายในบริเวณหลอดเลือด (ก่อนตำแหน่งตีบ) [1/s]	
	บุคคลปกติ	ผู้ป่วยโรคเบาหวาน	บุคคลปกติ	ผู้ป่วยโรคเบาหวาน
15%	177,442.92	177,000.86	427.15	350.91
30%	77,575.68	75,528.92	5771.22	5694.21
50%	32,264.83	31,235.05	12235.47	10032.04

5. บทสรุป

งานวิจัยนี้ศึกษาพฤติกรรมการไหลของเลือดภายในหลอดเลือดแดง 2 มิติ จากปัจจัยการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดการไหลและค่าความหนืดของเลือดที่มีต่อสนามความเร็ว ความดัน และอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวรัศมีหรืออัตราเฉือนของเลือดที่มีคุณสมบัติการไหลแบบนิวโตเนียนรวมถึงพฤติกรรมทางกลของหลอดเลือด จากผลการศึกษาพบว่า การลดพื้นที่หน้าตัดการไหลและค่าความหนืดเลือดที่เพิ่มขึ้นส่งผลต่อการเพิ่มขึ้นของค่าความดันในหลอดเลือดและโอกาสในการเกิดการไหลอุดตันเนื่องจากอัตราเฉือนมีค่าลดลงอย่างมีนัยสำคัญและในทางทฤษฎีจะเกิดการไหลอุดตันเมื่ออัตราเฉือนของเลือดที่บริเวณผนังหลอดเลือดมีค่าเท่ากับศูนย์และเป็นสาเหตุของการเสียชีวิตได้ ทั้งนี้พบว่าปัจจัยจากการลดพื้นที่หน้าตัดการไหลส่งผลกระทบท่อ สนามความเร็ว สนามความดัน และอัตราเฉือนมากกว่าการเพิ่มความหนืดของเลือด

เนื่องจากสมมติฐานในงานวิจัยชิ้นนี้พิจารณาพฤติกรรมทางกลที่เกิดขึ้นกับหลอดเลือดแดงแต่ยังไม่รวมการนำเสนอพฤติกรรมการยืดหยุ่นของผนังหลอดเลือด และยังไม่ได้ทำการพิจารณาเปรียบเทียบกับค่าคุณสมบัติ

ทางกลของผนังหลอดเลือดแดงในกรณีที่แตกต่างกัน เช่น ค่าคุณสมบัติทางกลของผนังหลอดเลือดแดงสำหรับบุคคลในวัย, เพศ และโรคเรื้อรังที่แตกต่างกัน โดยสมมติฐานดังกล่าวได้ถูกวางแผนในการทำการศึกษาเพิ่มเติมและนำเสนอในลำดับต่อไป แนวโน้มผลการศึกษาจากสมมติฐานดังกล่าวในอนาคตมีแนวโน้มความเป็นไปได้สูงว่าค่าคุณสมบัติผนังหลอดเลือดที่แตกต่างกัน เช่น โมดูลัสของยัง (Young's modulus) และอัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) จะส่งผลต่อขีดจำกัดความเสียหายที่มีต่อผนังหลอดเลือดที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ยังต้องยืนยันผลการศึกษาในลำดับต่อไปเพื่อความชัดเจนในข้อสรุป

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ Center of Excellence in Electromagnetic Energy Utilization in Engineering (CEEE) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในการสนับสนุนเครื่องมือในการทำวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] T. Ko, K. Ting, and H.C. Yeh, "Numerical investigation on flow fields in partially stenosed artery with complete bypass graft: An in vitro study," International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 34, 2007, pp. 713–727
- [2] J. Vimmr and A. Jonasova, "Non-Newtonian effects of blood flow in complete coronary and femoral bypasses," Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 80, 2010, pp. 1324–1336.
- [3] S. Koksungnoen, P. Rattanadecho and P. Wongchadukul, "3D numerical model of blood flow in the coronary artery bypass graft during no pulse and pulse situations: Effects of an anastomotic angle and characteristics of fluid," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 32, No.9, 2018, pp.4545–4552.
- [4] S. Akar, J. A. Esfahani and S. A. Mousavi Shaeigh, "A numerical investigation of magnetic field effect on blood flow as biomagnetic fluid in a bend vessel," Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 482, 2019, pp.336-349.
- [5] L. Fusi and A. Farina, "Linear stability analysis of blood flow in small vessels," Application in Engineering Science, Vol. 1, 2020, 100002.
- [6] L. K. Foong, N. Shirani, D. Toghraie, M. Zarringhalam and M. Afrand, "Numerical simulation of blood flow inside an artery under applying constant heat flux using Newtonian and non-Newtonian approaches for biomedical engineering," Computer Methods and Programs in Biomedicine, Vol. 190, 2020, 105375.

- [7] A. Karimipour, H. Mokhtari, M. Akbari, D. Toghraie and A. Karimipour, "Simulation of blood flow into the popliteal artery to explain the effect of peripheral arterial disease: Investigation the conditions and effects of different foot states during the daily activity of the patient," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 195, 2020, 105638.
- [8] B. Vasu, A. Dubey, O. Anwar Bég and R. S. Reddy Gorla, "Micropolar pulsatile blood flow conveying nanoparticles in a stenotic tapered artery: non-Newtonian pharmacodynamic simulation," *Computers in Biology and Medicine*, Vol. 126, 2020, 104025.
- [9] M. Taher and S. Gholampour, "Effect of ambient temperature changes on blood flow in anterior cerebral artery of patients with skull prosthesis," Vol. 15, 2020, pp. 358–365.
- [10] S. E. Ward, J. M. O'Sullivan and J. S. O'Donnell, "The relationship between ABO blood group, von Willebrand factor, and primary haemostasis," *Blood*, Vol. 136, No.25, 2020, pp.2864-2874.
- [11] H. Hassanzadeh, M. Ahmadian, M. Hosseini, H. Arasteh, D. Toghraie and S. Rostami, "Simulation of blood flow in arteries with aneurysm: Lattice Boltzmann Approach (LBM)," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 187, 2020, 105312.
- [12] L. Pegolotti, M. R. Pfaller, A. L. Marsden and S. Deparis, "Model order reduction of flow based on a modular geometrical approximation of blood vessels," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, Vol. 380, 2021, pp. 1–28.
- [13] Y. Zhang, Y. Liu, Z. Jiang, J. Wang, Z. Xu, K. Meng and H. Zhao, "Poly (glyceryl sebacate)/silk fibroin small diameter artificial blood vessels with good elasticity and compliance," *Smart Material in Medicine*, Vol. 2, 2021, pp.74–86.