การวางแผนการตัดเหล็กแผ่นด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม

ศรายุทธ มาลัย

Planning of Steel Plate Cutting by Linear Integer Programming

Sarayut Malai

สาขาวิชาเทคโนโลยีโยธา คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง ตำบลชมพู อำเภอเมือง จังหวัดลำปาง 52100

Civil Technology, Faculty of Industrial Technology, Lampang Rajabhat University, Chom-poo, Muang, Lampang 52100.

Corresponding Author. E-mail address: sarayutd11@gmail.com

Received 13 June 2011; accepted 29 May 2012

บทคัดย่อ

เหล็กแผ่นมีความสำคัญในงานก่อสร้างที่ใช้โครงสร้างเหล็กรูปพรรณ โดยทำหน้าที่ยึดต่อโครงสร้างเหล็กแต่ละชิ้นเข้าด้วยกัน เหล็กแผ่นมีหลายชนิดและมีขนาดแตกต่างกัน ซึ่งในงานก่อสร้างมักอาศัยเพียงความชำนาญหรือประสบการณ์ของช่างตัดเหล็กในการออกแบบและตัดสินใจตัดเหล็กแผ่นออกเป็นแผ่นย่อย ทำให้มีโอกาสสูญเสียและเหลือเศษเหล็กที่ไม่สามารถนำมาใช้งานได้ งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอการใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มในการวางแผนการตัดเหล็กแผ่น ซึ่งเป็นปัญหาการตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยติน สำหรับการก่อสร้างอาคารหอประชุมใหญ่ มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง โดยมีการดำเนินงานเริ่มจากการถอดแบบโครงสร้าง เพื่อนำข้อมูลไปวางแผนตัดวัสดุแบบสองมิติ ได้แก่ สร้างตัวแบบของปัญหา ทั้งปัญหาการตัดเหล็กแผ่นออกเป็นแถบ และปัญหาการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กด้วยเทคนิคการสร้างสดมภ์ แล้วคำนวณหาผลลัพธ์ด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม และนำผลลัพธ์ที่ได้เปรียบเทียบกับบัญชีแสดงปริมาณวัสดุ ผลการวิจัยพบว่าโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มสามารถคำนวณหาวิธีการตัดเหล็กแผ่นที่มีความซับซ้อน คือ หลากหลายขนาด ได้ดีกว่าการตัดสินใจตัดเหล็กแผ่นโดยอาศัยประสบการณ์ของผู้รับเหมา โดยลดปริมาณการใช้พื้นที่เหล็กแผ่นความหนา 10, 16 และ 20 มิลลิเมตร ได้ร้อยละ 0.75 ถึง 3.85 เมื่อเปรียบเทียบกับพื้นที่เหล็กแผ่นที่ใช้งานจริงของผู้รับเหมา

คำสำคัญ: การวางแผน การตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยติน การตัดเหล็กแผ่น โปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม การสร้างสดมภ์

Abstract

Steel plate is an important material used in steel structure construction to hold the structural steel together. Steel plates come in a variety of types and sizes. Cutting large steel plates into smaller pieces requires expertise and experience on the part of technicians. Very often the cutting process results in offcuts of small pieces of steel plate, which are unused and are wasted. The purpose of this research was to use linear integer programming to find a solution to the problem of two-dimensional guillotine cutting for the building of a convention hall at Lampang Rajabhat University. The process included detailed estimation and formulation in order to formulate linear integer programming models for the strip cutting and generate strip pattern arrangement using a column generation technique. The information was calculated using linear programming and the result was compared with the bill of quantities. The result revealed that linear integer programming could be used effectively to compute complex cutting problems with a large number of different sized items. Linear integer programming is also able to reduce the area of steel plate used by approximately 0.75-3.85% for 10, 16 and 20 mm thick steel plate when compared with a conventionally technician-designed process.

Keywords: planning, two-dimensional guillotine cutting, steel plate cutting, linear integer programming, column generation

บทนำ

การก่อสร้างด้วยโครงสร้างเหล็กรูปพรรณเป็นระบบก่อสร้างที่รวดเร็ว ประหยัดเวลา น้ำหนักเบา อัตราการสูญเสียวัสดุต่ำ เพิ่มพื้นที่ใช้สอยได้มากและรับแรงสั่นสะเทือนได้ดีกว่าโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก แต่การยึดต่อโครงสร้างเหล็กรูปพรรณแต่ละชิ้นส่วนเข้าด้วยกันต้องมีความมั่นคงแข็งแรง เพื่อกระจายแรงกระทำระหว่างโครงสร้างและเสริมความแข็งแรงให้กับโครงสร้างเหล็กรูปพรรณ โดยตัดเหล็กแผ่นออกเป็นชิ้นมีขนาดความกว้าง ความยาว และความหนาที่แตกต่างกัน เช่น แผ่นเหล็กรองใต้คาน แผ่นเหล็กรองหัวเสา แผ่นเหล็กเสริมข้างคาน และแผ่นเหล็กปะกับ เป็นต้น การวางแผนตัดเหล็กแผ่นของผู้รับผิดชอบในงานมักเป็นการสั่งซื้อเหล็กแผ่นขนาดมาตรฐานมาจากโรงงาน แล้วอาศัยความชำนาญและประสบการณ์ของช่างตัดเหล็กในการออกแบบและตัดสินใจตัดเหล็กออกเป็นแผ่นย่อย ไม่มีเครื่องมือช่วยในการวางแผน ทำให้มีโอกาสเหลือเศษเหล็กที่ไม่สามารถนำมาใช้งานได้ในปริมาณมาก โดยเฉพาะในงานก่อสร้างขนาดใหญ่ ซึ่งมีความต้องการใช้เหล็กแผ่นขนาดแตกต่างกันเป็นจำนวนมาก

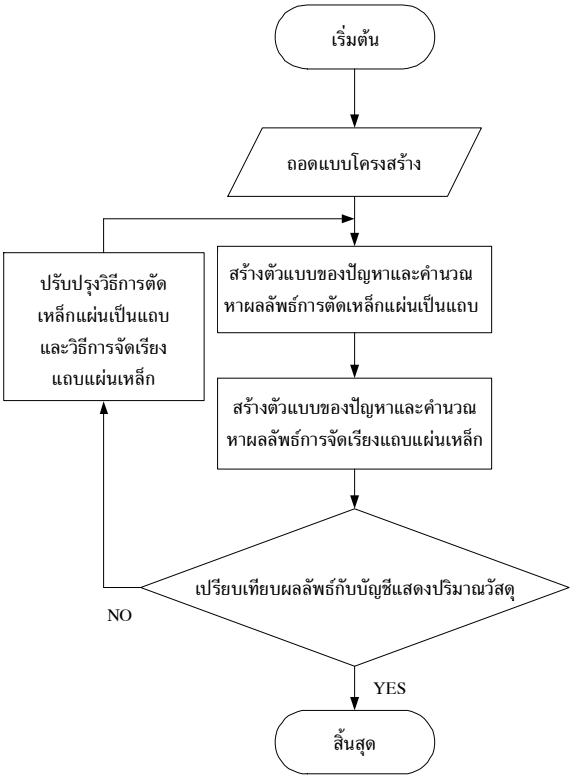
การวางแผนการตัดวัสดุด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรง (linear programming) และเทคนิคการสร้างสดมภ์ (column generation) มีการศึกษาโดย Gilmore & Gomory (1961, 1963) เพื่อใช้แก้ปัญหาการตัดวัสดุแบบหนึ่งมิติให้มีการสูญเสียวัสดุน้อยที่สุด โดยพิจารณาที่ความยาวและจำนวนชิ้นที่ต้องการตัดเป็นหลัก ศรายุทธ (2553) ประยุกต์ใช้

เทคนิคดังกล่าวในการควบคุมการตัดเหล็กรูปพรรณ โดยใช้โครงการก่อสร้างขนาดกลางเป็นกรณีศึกษา พบว่า ช่วยลดการสูญเสียเหล็กได้ถึง 6.11% เมื่อเทียบกับไม่มีการวางแผน เทคนิคการสร้างสดมภ์ยังมีการประยุกต์ใช้ร่วมกับเทคนิคการบรรจุของใส่ถุง (knapsack problem) สำหรับการวางแผนตัดท่อเหล็กสำหรับโรงงานผลิตลูกกลิ้งลำเลียงและอุปกรณ์ขับสายพาน โดยพบว่าสามารถลดปริมาณการใช้ท่อเหล็กและลดความสูญเสียจากการเหลือเศษเหล็กลงได้ (อาภากร และวิชัย, 2553) Dychhoff (1990) นำเสนอการจำแนกประเภทและจัดกลุ่มปัญหาการตัดและบรรจุ (cutting and packing problem) ซึ่งต่อมามีการปรับปรุงโดย Wäscher et al. (2007) หนึ่งในปัญหาการตัดวัสดุที่มีการศึกษากันทั่วไปคือการตัดวัสดุแบบสองมิติ ซึ่งส่วนใหญ่เป็นการตัดชิ้นงานรูปร่างสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีขนาดเล็กลงจากแผ่นวัสดุขนาดใหญ่ ในปี ค.ศ.1965 Gilmore & Gomory ขยายผลการแก้ปัญหาการตัดวัสดุจากหนึ่งมิติเป็นหลายมิติ โดยใช้เทคนิคการสร้างสดมภ์เช่นเดียวกับการตัดวัสดุหนึ่งมิติ ซึ่งต่อมามีการศึกษาอย่างกว้างขวางเพื่อพัฒนาเทคนิคและวิธีการให้เหมาะสมกับปัญหา เช่น วิธีการ AND/OR-graph สำหรับปัญหาการตัดวัสดุสองมิติแบบนอนกิโยติน (Arenales & Morabito, 1995) วิธีการฮิวริสติก (heuristic algorithm) (Ghandforoush & Daniel, 1992) และวิธีการทางพันธุกรรม (genetic algorithms) (Ono, 1999) สำหรับปัญหาการตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยติน เป็นต้น วรภัทร และคณะ (2550) ศึกษาแบบจำลองบนโปรแกรมกระดาษคำนวณโดยใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรง เพื่อแก้ปัญหาการตัดวัสดุรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ผลการศึกษาพบว่า เมื่อคำนวณโดยกำหนดข้อจำกัดเป็นอัตราส่วนความต้องการ ได้ผลลัพธ์ในการใช้แผ่นวัสดุน้อยที่สุดเทียบการคำนวณโดยข้อจำกัดของพื้นที่และอัตราส่วนของผลกำไร ออมใจ และอนันต์ (2551) ประยุกต์ใช้วิธีการทางพันธุวิศวกรรมเพื่อพัฒนาระบบสนับสนุนการตัดสินใจสำหรับปัญหาการตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยติน โดยสามารถคำนวณหารูปแบบการจัดเรียงชิ้นงานได้เหมาะสมและลดระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อนำเสนอการวางแผนการตัดเหล็กแผ่น ซึ่งเป็นการตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยตินด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มและเทคนิคการสร้างสดมภ์ โดยศึกษากรณีอาคารหอประชุมใหญ่ มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง เพื่อหารูปแบบการตัดที่เหมาะสมให้มีการใช้เหล็กแผ่นมาตรฐานอย่างคุ้มค่า ลดการสูญเสียวัสดุและปริมาณเศษเหล็ก ซึ่งจะเป็นผลให้ต้นทุนในการใช้วัสดุก่อสร้างลดต่ำลงและเพิ่มผลกำไรในการปฏิบัติงาน

วัสดุอุปกรณ์ และวิธีการ

การวางแผนการตัดเหล็กแผ่นด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงของอาคารหอประชุมใหญ่ มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง มีวิธีการดำเนินงานโดยเริ่มจากการถอดแบบโครงสร้าง นำข้อมูลที่ได้สร้างตัวแบบของปัญหาเพื่อใช้วิเคราะห์หาผลลัพธ์ของวิธีการตัดสองมิติแบบกิโยตินด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป WinQSB แล้วเปรียบเทียบผลลัพธ์ของวิธีการตัดเหล็กแผ่นกับบัญชีแสดงปริมาณวัสดุของผู้รับเหมาหลัก มีขั้นตอนการดำเนินงานสรุปได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ผังการควบคุมการตัดเหล็กแผ่นด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบ เลขจำนวนเต็ม

1. การถอดแบบโครงสร้าง

การถอดแบบโครงสร้างเป็นการศึกษาแบบก่อสร้างและรายการประกอบแบบก่อสร้างอย่างละเอียด เพื่อสำรวจปริมาณงานและปริมาณวัสดุที่จะต้องใช้สำหรับการวางแผนการตัดเหล็กแผ่น เริ่มจากศึกษาแบบก่อสร้างและมาตรฐานข้อกำหนดในการก่อสร้างแล้วสำรวจจำนวนและขนาดของแผ่นเหล็กปะกับและแผ่นเหล็กรองหัวเสา นำข้อมูลที่ได้จัดทำระเบียนการตัดเหล็กแผ่น ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 5 กลุ่มตามความหนา คือ 6, 10, 15, 16 และ 20 มิลลิเมตร ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ขนาดและปริมาณของแผ่นเหล็กจัดเรียงตามขนาดความหนา

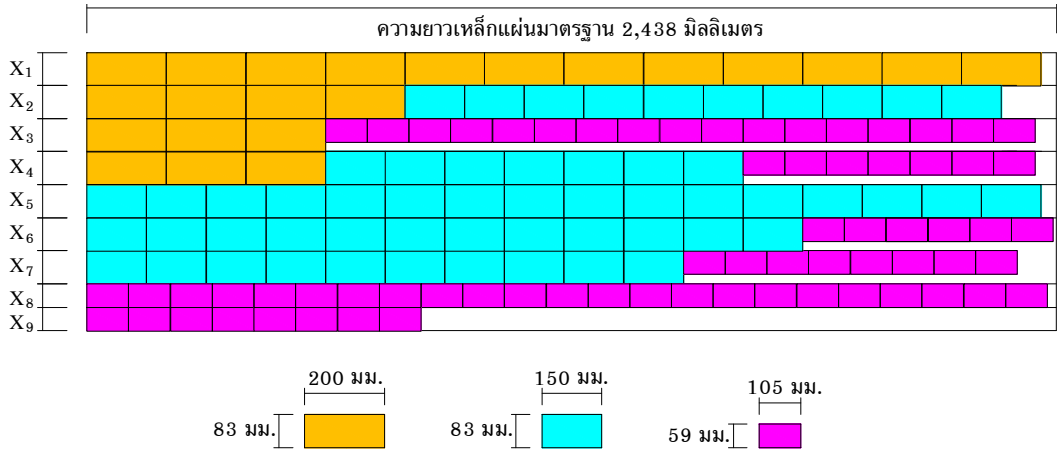
ความหนา (มิลลิเมตร)	จำนวน (ขนาด)	ขนาดของแผ่นเหล็ก	จำนวน (ชิ้น)
6	1	แผ่นเหล็กปะกับ ขนาด 75x250 มิลลิเมตร	64
10	3	แผ่นเหล็กปะกับ ขนาด 83x200 มิลลิเมตร	76
		แผ่นเหล็กปะกับ ขนาด 83x150 มิลลิเมตร	2,212
		แผ่นเหล็กปะกับ ขนาด 59x105 มิลลิเมตร	794
15	1	แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 350x350 มิลลิเมตร	90
16	2	แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 350x350 มิลลิเมตร	26
		แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 300x300 มิลลิเมตร	28
20	4	แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 600x600 มิลลิเมตร	28
		แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 500x500 มิลลิเมตร	12
		แผ่นเหล็กรองหัวเสา ขนาด 400x450 มิลลิเมตร	16
		แผ่นเหล็กปะกับ ขนาด 165x200 มิลลิเมตร	82

2. การตัดวัสดุสองมิติ

การตัดเหล็กแผ่น ซึ่งในงานก่อสร้างนิยมใช้เหล็กแผ่นมาตรฐานขนาด 1,219x2,438 มิลลิเมตร (4x8 ฟุต) มาออกแบบการตัดเป็นชิ้นงานย่อยรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า แผ่นเหล็ก ตามขนาดและจำนวนที่ต้องการ เป็นการตัดวัสดุสองมิติแบบกิโยติน คือ ต้องมีการตัดเหล็กออกเป็นแถบตามแนวยาวของเหล็กแผ่นแนวเดียวก่อน (เพื่อความสะดวกของผู้ปฏิบัติงาน) แล้วจึงนำแผ่นเหล็กที่ตัดเป็นแถบแล้วมาตัดตามความยาวของแผ่นเหล็กย่อยที่ต้องการอีกครั้งหนึ่ง

2.1 การออกแบบการตัดเหล็กแผ่นออกเป็นแถบ เป็นการกำหนดความกว้างของแผ่นเหล็กย่อยที่ต้องการลงบนด้านกว้างของเหล็กแผ่นมาตรฐานหรือตัดออกเป็นแถบตามแนวยาว และกำหนดความยาวแผ่นเหล็กย่อยลงบนแต่ละแถบ แล้วใช้เทคนิคการสร้างสดมภ์หรือการสร้างวิธีการตัดใหม่ เพื่อเพิ่มกลุ่มการตัดเหล็กแผ่นและกระจายปริมาณของเศษเหล็กแผ่นที่เหลือไปยังความยาวอื่นจนได้ผลลัพธ์ตรงจำนวนที่ต้องการและจำนวนของเหล็กแผ่นลดน้อยลง มีวิธีการดังนี้

2.1.1 ออกแบบวิธีการตัดเหล็กแผ่น แต่ละกลุ่มมีความยาวรวมไม่เกิน 2,438 มิลลิเมตร และไม่เกินกว่าจำนวนที่ต้องการ ซึ่งการออกแบบวิธีตัดเหล็กแผ่นต้องให้มีจำนวนตัวแบบมากที่สุด ด้วยเทคนิคการสร้างสดมภ์หรือการสร้างวิธีการตัดใหม่ โดยเลือกออกแบบวิธีการตัดแผ่นเหล็กที่มีขนาดใหญ่มากที่สุดในกลุ่มก่อน แล้วกระจายเศษเหล็กที่เกิดจากการตัดนั้นไปยังแผ่นเหล็กขนาดอื่น ๆ เช่น ต้องการตัดเหล็กแผ่นความหนา 10 มิลลิเมตร ให้มีขนาด 83x200 มิลลิเมตร จำนวน 76 ชิ้น และ 83x150 มิลลิเมตร จำนวน 2,212 ชิ้น สามารถออกแบบการตัดตามแนวยาว X_1 (รูปที่ 2) ได้ขนาด 83x200 มิลลิเมตร จำนวน 12 ชิ้น เหลือเศษความยาวอีก 38 มิลลิเมตร ซึ่งไม่สามารถนำเศษที่เหลือไปใช้ได้ ซึ่งถ้าออกแบบการตัดตามแนวยาว X_2 ได้ขนาด 83x200 มิลลิเมตร จำนวน 4 ชิ้นเหลือเศษความยาวอีก 1,638 มิลลิเมตร สามารถนำเศษที่เหลือไปใช้กับขนาด 83x150 มิลลิเมตร อีกจำนวน 10 ชิ้น ซึ่งเป็นการเพิ่มสดมภ์หรือเพิ่มตัวแบบของปัญหานั่นเอง ตัวอย่างวิธีการตัดรูปแบบต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 2 และการออกแบบวิธีการตัดแผ่นเหล็กแสดงในตารางที่ 2



รูปที่ 2 ตัวอย่างวิธีการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร 9 รูปแบบ (X_1-X_9)

ตารางที่ 2 ตัวอย่างการออกแบบวิธีการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

ขนาดแผ่นเหล็กสี่เหลี่ยมมุมฉาก (มิลลิเมตร)		จำนวนแผ่นเหล็กที่ได้จากการตัดเหล็กแผ่นความหนา 10 มิลลิเมตรในรูปแบบต่าง ๆ (แผ่น)								
ความกว้าง	ความยาว	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
83	200	12	4	3	3					
83	150		10		7	16	12	10		
59	105			17	7		6	8	23	8
พื้นที่การตัดเหล็กแผ่น (ตารางเมตร)		0.1992	0.1909	0.1551	0.1803	0.1992	0.1866	0.1741	0.1425	0.0496

2.1.2 สร้างตัวแบบของปัญหาการตัดวัสดุแบบกิโยติน เป็นการนำข้อมูลทั้งหมดของปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์มาสร้างให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ สมการเป้าหมาย ข้อจำกัด และตัวแปรไม่เป็นลบ โดยเขียนเป็นโปรแกรมเชิงเส้นตรง ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$\text{Minimize } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots + C_nX_n \quad (1)$$

ข้อจำกัด

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \geq b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n \geq b_2 \quad (3)$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n \geq b_m \quad (4)$$

อยู่ภายใต้เงื่อนไข

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \geq 0 \quad (5)$$

โดยที่ Z คือ สมการเป้าหมาย

X_j คือ การตัดวัสดุที่เป็นทางเลือก ซึ่งต้องการหาค่า; j=1, 2, 3,....., n

C_j คือ ต้นทุนหรือพื้นที่ของวิธีการตัดวัสดุ X_j ในสมการเป้าหมายซึ่งมีค่าคงที่ ; j=1, 2, 3,....., n

a_{ij} คือ จำนวนชิ้นส่วนของความยาวเหล็กแผ่น l_i โดยวิธีการตัดที่ j

b_i คือ จำนวนที่ต้องการของแต่ละขนาดเหล็กแผ่น l_i

ซึ่งตัวแบบของปัญหาการตัดวัสดุ มีทั้งหมด 5 ตัวแบบ (ตามขนาดความหนาของเหล็กแผ่น) โดยยกตัวอย่างตัวแบบของปัญหาวิธีการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร แสดงในตารางที่ 3

2.1.3 การคำนวณหาผลลัพธ์ของวิธีการตัดวัสดุด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มด้วยโปรแกรม WinQSB ทำโดยป้อนข้อมูลตัวแบบของปัญหา (ตามที่ออกแบบในข้อ 2.1.2) ได้แก่ สมการเป้าหมาย ข้อจำกัด และตัวแปรไม่เป็นลบ ลงในโปรแกรม WinQSB แล้วคำนวณหาผลลัพธ์ของจำนวนแถบและวิธีการตัดเหล็กแผ่น จากนั้นตรวจสอบปริมาณเหล็กแผ่นที่ต้องการแต่ละวิธีการตัด ถ้ามีจำนวนเหล็กแผ่นที่ตัดด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงเกินกว่าจำนวนที่ต้องการให้ย้อนกลับไปออกแบบวิธีการตัดเหล็กแผ่นใหม่ โดยเพิ่มกลุ่มวิธีการตัดแผ่นเหล็กและกระจายปริมาณเศษเหล็กไปยังความยาวอื่น (เทคนิคการสร้างสดมภ์ใหม่) ตามขั้นตอนในข้อ 1 จนได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนที่ต้องการ

2.2 การจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กเพื่อคำนวณรูปแบบการตัด เป็นการนำผลลัพธ์ของการตัดเหล็กแผ่นออกเป็นแถบประกอบด้วยรูปแบบของเหล็กแผ่นแต่ละแถบ และจำนวนแถบมาสร้างเป็นตัวแบบของปัญหา โดยจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กรูปแบบต่าง ๆ วางขนานกันตามด้านกว้างของเหล็กแผ่นมาตรฐาน และมีค่าไม่เกินกว่า 1,219 มิลลิเมตร และใช้เทคนิคการสร้างสดมภ์เพื่อหาปริมาณการใช้เหล็กแผ่นมาตรฐานที่น้อยที่สุด โดยยกตัวอย่างตัวแบบของปัญหาการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตรตามแนวกว้าง แสดงในตารางที่ 4 และ 5 จากนั้นนำตัวแบบของปัญหาไปคำนวณหาผลลัพธ์ของวิธีการตัดวัสดุด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มตามวิธีการในข้อ 2.1.3

ตารางที่ 3 ตัวแบบของปัญหาวิธีการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

1. สมการเป้าหมาย	
$Z=0.1992X_1+0.1909X_2+0.1551X_3+0.1803X_4+0.1992X_5+0.1866X_6+0.1741X_7+0.1425X_8+0.0496X_9$	
2. ข้อจำกัด	
83x200 มิลลิเมตร	$12X_1+4X_2+3X_3+3X_4 \geq 76$
83x150 มิลลิเมตร	$10X_2+7X_4+16X_5+12X_6+10X_7 \geq 2{,}212$
59x105 มิลลิเมตร	$17X_3+7X_4+6X_6+8X_7+23X_8+8X_9 \geq 794$
3. ตัวแปรไม่ติดลบ	
$X_1\ X_2\ X_3\ X_4\ X_5\ X_6\ X_7\ X_8\ X_9 \geq 0$	

ตารางที่ 4 รูปแบบการจัดเรียงวิธีการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

วิธีการตัดเหล็กแผ่น	จำนวนแถบแผ่นเหล็กที่ใช้ในการจัดเรียงตามแนวกว้างรูปแบบต่าง ๆ (แถบ)					จำนวนรวมของแถบที่ต้องการ
X_i	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	(แถบ)
X_2	1					1
X_3	6					6
X_4	4		14			18
X_5	3	14				129
X_6					1	1
X_8				20	4	24
X_9					1	1

ตารางที่ 5 ตัวแบบของปัญหาการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

1. สมการเป้าหมาย

$$Z=Y_1+ Y_2+ Y_3+ Y_4+Y_5$$

2. ข้อจำกัด

X_2 $\quad 1Y_1 \geq 1$

X_3 $\quad 6Y_1 \geq 1$

X_4 $\quad 4Y_1+14Y_3 \geq 18$

X_5 $\quad 3Y_1+14Y_2 \geq 129$

X_6 $\quad 1Y_5 \geq 1$

X_8 $\quad 20Y_4+4Y_5 \geq 24$

X_9 $\quad 1Y_5 \geq 1$

3. ตัวแปรไม่ติดลบ

$$Y_1\ Y_2\ Y_3\ Y_4\ Y_5 \geq 0$$

3. การเปรียบเทียบปริมาณการใช้เหล็กแผ่นตามหลักเกณฑ์ของกรมบัญชีกลาง ผู้รับเหมาและโปรแกรมเชิงเส้นตรง

ปริมาณการใช้เหล็กแผ่นขนาดความหนา 6, 10, 15, 16 และ 20 มิลลิเมตร สำหรับตัดเป็นแผ่นเหล็กย่อยเพื่อใช้เป็นแผ่นเหล็กปะกับและแผ่นเหล็กรองหัวเสาสำหรับการก่อสร้างโครงสร้างเหล็กของอาคารหอประชุมใหญ่มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง รวบรวมข้อมูลมาจาก 3 แหล่ง คือ การถอดแบบคำนวณตามหลักเกณฑ์ของกรมบัญชีกลาง ปริมาณการใช้เหล็กแผ่นจริงของผู้รับเหมา และการตัดเหล็กแผ่นด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม

ผลการศึกษา

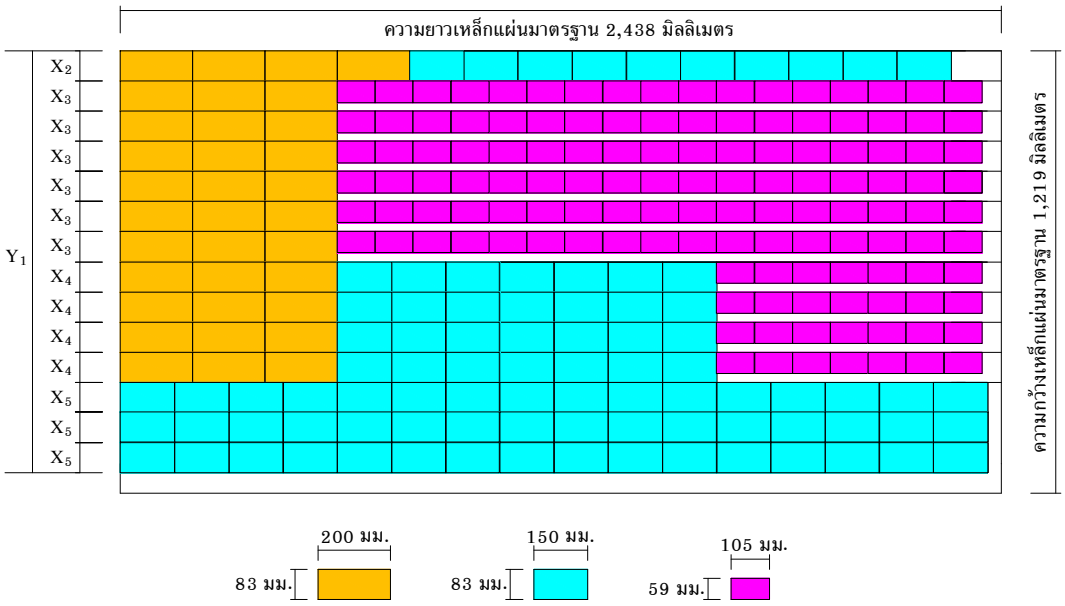
การตัดเหล็กแผ่นสองมิติแบบกิโยตินด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนหลัก คือ การออกแบบการตัดเหล็กแผ่นออกเป็นแถบก่อน แล้วจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กเพื่อหารูปแบบการตัดที่ดีที่สุด โดยหลังจากออกแบบวิธีการตัดเหล็กแผ่นแบบต่าง ๆ (รูปที่ 1) แล้วนำมาคำนวณหาผลลัพธ์ของวิธีการตัดแผ่นเหล็กออกเป็นแถบด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม ได้ผลการตัดเหล็กออกมาเป็นจำนวนแถบของแต่ละรูปแบบการตัด โดยตัวอย่างผลการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร แสดงในตารางที่ 6 จากนั้นนำผลดังกล่าวมาสร้างตัวแบบของปัญหาสำหรับคำนวณหาผลลัพธ์ของการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กเพื่อให้ได้ชิ้นงานตามขนาดและจำนวนที่ต้องการผลการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็ก สำหรับตัวอย่างความหนา 10 มิลลิเมตร แสดงในตารางที่ 7 โดยพบว่าต้องใช้เหล็กแผ่นมาตรฐานความหนา 10 มิลลิเมตรจำนวนทั้งหมด 13 แผ่น และตัวอย่างวิธีการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กแบบ Y_1 และ Y_3 แสดงดังรูปที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 6 ผลการตัดแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

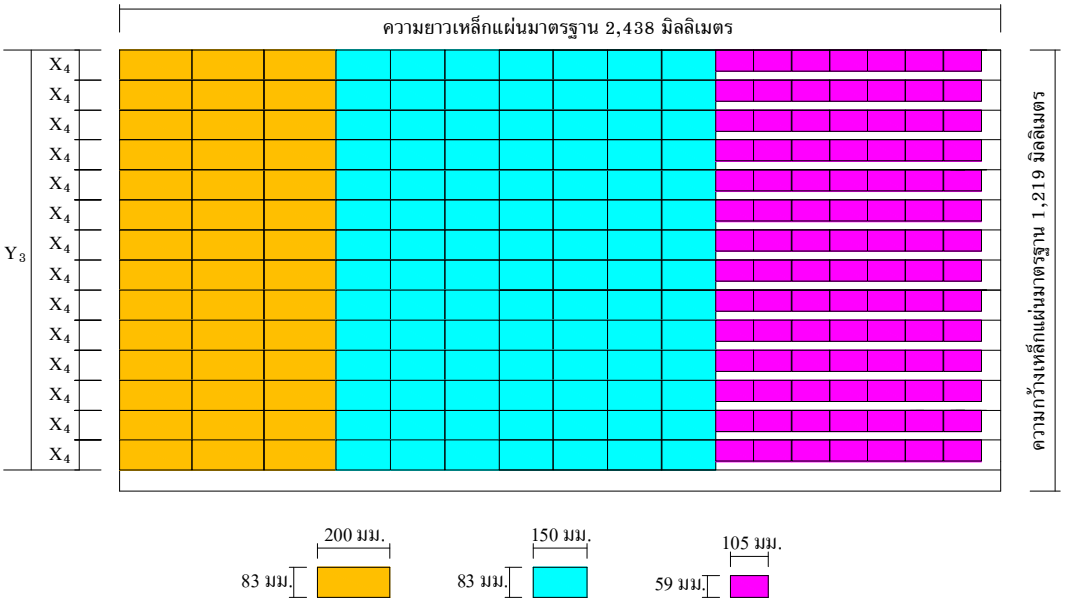
วิธีการตัดแผ่นเหล็ก	ขนาดของแถบตามแนวยาว	จำนวนแถบ (แถบ)
X_2	83x2,438 มิลลิเมตร	1
X_3	83x2,438 มิลลิเมตร	6
X_4	83x2,438 มิลลิเมตร	18
X_5	83x2,438 มิลลิเมตร	129
X_6	83x2,438 มิลลิเมตร	1
X_8	59x2,438 มิลลิเมตร	24
X_9	59x2,438 มิลลิเมตร	1
รวมทั้งสิ้น		180

ตารางที่ 7 ผลการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร

วิธีการตัดแบบกิโยติน			วิธีการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็ก				
วิธีการตัดแผ่นเหล็ก	ขนาด (มิลลิเมตร)	จำนวนแถบที่ต้องการ (แถบ)	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
X_2	83x2,438	1	1				
X_3	83x2,438	6	6				
X_4	83x2,438	18	4		14		
X_5	83x2,438	129	3	14			
X_6	83x2,438	1					1
X_8	59x2,438	24				20	4
X_9	59x2,438	1					1
จำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐานที่ใช้ในการจัดเรียง (แผ่น)			1	9	1	1	1



รูปที่ 3 ตัวอย่างการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร รูปแบบ Y_1



รูปที่ 4 ตัวอย่างการจัดเรียงแถบแผ่นเหล็กความหนา 10 มิลลิเมตร รูปแบบ Y_3

เปรียบเทียบจำนวนการใช้เหล็กแผ่นมาตรฐาน ความหนา 6, 10, 15, 16 และ 20 มิลลิเมตร เพื่อตัดเป็นแผ่นเหล็กปะกับ และแผ่นเหล็กรองหัวเสา นำไปประกอบร่วมกับโครงสร้างเหล็กรูปพรรณของอาคารหอประชุมใหญ่ มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง จาก 3 วิธี คือ 1) การถอดแบบคำนวณปริมาณเหล็กแผ่นตามหลักเกณฑ์ของกรมบัญชีกลาง 2) ปริมาณการใช้เหล็กแผ่นของผู้รับเหมา และ 3) การตัดเหล็กแผ่นด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็ม พบว่า การใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงในการวางแผนและการตัดเหล็กแผ่นโดยอาศัยประสบการณ์ของผู้รับเหมามีปริมาณการจัดซื้อเหล็กแผ่นใกล้เคียงกัน (ตารางที่ 8) และเมื่อพิจารณาจากพื้นที่เหล็กแผ่นที่ใช้งานจริง พบว่าการใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงสามารถการลดปริมาณการใช้เหล็กแผ่นเมื่อเทียบกับข้อมูลการใช้เหล็กแผ่นของผู้รับเหมา (ตารางที่ 9) โดยเหล็กแผ่นความหนา 10 มิลลิเมตร ลดปริมาณการใช้ได้ร้อยละ 0.75 เหล็กแผ่นความหนา 16 มิลลิเมตร ลดได้ร้อยละ 2.49 และเหล็กแผ่นความหนา 20 มิลลิเมตร ลดได้ร้อยละ 3.85 ซึ่งเหล็กแผ่นที่เหลือจากการใช้โปรแกรมคำนวณมีพื้นที่เหลือมากกว่ามีโอกาสนำไปใช้ในงานอื่นต่อไปได้

ตารางที่ 8 เปรียบเทียบปริมาณเหล็กแผ่นมาตรฐานจากการคำนวณและการใช้จริง

ขนาดเหล็กแผ่นมาตรฐาน	จำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐาน (แผ่น)		
	การถอดแบบตามหลักเกณฑ์ของกรมบัญชีกลาง	ผู้รับเหมา[2]	โปรแกรมเชิงเส้นตรง[3]
1,219x2,438 มม. หนา 6 มม.	1	1	1
1,219x2,438 มม. หนา 10 มม.	14	13	13
1,219x2,438 มม. หนา 15 มม.	5	5	5
1,219x2,438 มม. หนา 16 มม.	3	3	3
1,219x2,438 มม. หนา 20 มม.	8	8	7

[1]การวัดเนื้องานคิดปริมาณงานเป็นเหล็กแผ่นรูปร่างต่างๆ ตามที่แสดงไว้ในแบบและคำนวณเนื้องานเป็นน้ำหนัก กิโลกรัมหรือตัน รวมกับการเผื่อเศษเสียหายเพิ่มอีกร้อยละ 20 หารด้วยน้ำหนักเหล็กแผ่นมาตรฐาน คำนวณออกมาเป็นจำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐาน
[2]จำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐานจากผู้รับเหมา คือ จำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐานที่ถูกสั่งซื้อเพื่อนำมาใช้งานจริง
[3]จำนวนเหล็กแผ่นมาตรฐานที่คำนวณด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มดังตัวอย่างสำหรับเหล็กแผ่นหนา 10 มิลลิเมตรที่แสดงในตารางที่ 7

ตารางที่ 9 พื้นที่เหล็กแผ่นที่ใช้สำหรับการตัด

ความหนา (มิลลิเมตร)	พื้นที่เหล็กแผ่น (ตารางเมตร (ร้อยละ))					
	ผู้รับเหมา			โปรแกรมเชิงเส้นตรง		
	ปริมาณที่ซื้อ[1]	ปริมาณคงเหลือ[2]	ปริมาณที่ใช้[3]	ปริมาณที่ซื้อ[1]	ปริมาณคงเหลือ[2]	ปริมาณที่ใช้[3]
6	2.9719	1.6732	1.2987 (100)	2.9719	1.6732	1.2987 (100)
10	38.5399	1.7701	36.7698 (100)	38.5399	2.1395	36.4954 (99.25)
15	14.8596	-	14.8596 (100)	14.8596	-	14.8596 (100)
16	8.9157	1.7005	7.2152 (100)	8.9157	1.8805	7.0352 (97.51)
20	23.7753	2.1380	21.6373 (100)	20.8034	-	20.8034 (96.15)

[1]สูตรคำนวณพื้นที่ของเหล็กแผ่นรูปสี่เหลี่ยม คือ กว้าง (เมตร) x ยาว (เมตร) x จำนวนเหล็กแผ่น
[2]ปริมาณคงเหลือ หมายถึง พื้นที่เหล็กแผ่นที่เหลือจากปริมาณที่ใช้และสามารถนำมาใช้งานได้อีก
[3]ปริมาณที่ใช้ หมายถึง พื้นที่เหล็กแผ่นมาตรฐานที่ถูกตัดย่อยเป็นส่วน ซึ่งมีเศษเหลือไม่สามารถนำมาใช้งานได้อีก

วิจารณ์และสรุปผลการศึกษา

การตัดเหล็กแผ่นแบบสองมิติ สามารถใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบเลขจำนวนเต็มและเทคนิคการสร้างสดมภ์ในการวางแผนการตัดได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถคำนวณปริมาณสำหรับการจัดซื้อเหล็กแผ่นได้ใกล้เคียงกับการตัดเหล็กแผ่นโดยอาศัยประสบการณ์ของผู้รับเหมายกเว้นเหล็กแผ่นความหนา 20 มิลลิเมตร ที่การใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงคำนวณจำนวนเหล็กแผ่นที่ใช้ได้น้อยกว่า ซึ่งเมื่อพิจารณาพื้นที่เหล็กแผ่นที่ใช้งานจริงพบว่าการใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงในการตัดเหล็กแผ่นความหนา 10, 16 และ 20 มิลลิเมตร ช่วยลดพื้นที่การใช้เหล็กแผ่นเมื่อเทียบกับข้อมูลการใช้เหล็กแผ่นของผู้รับเหมา โดยเฉพาะเหล็กแผ่นความหนา 20 มิลลิเมตร สามารถลดพื้นที่การใช้เหล็กแผ่นได้มากที่สุด เนื่องจากมีข้อจำกัดมาก ชิ้นส่วนแผ่นเหล็กมีขนาดใหญ่และแต่ละขนาดมีจำนวนที่ต้องการใกล้เคียงกัน ทำให้ปัญหาการวางแผนตัดเหล็กแผ่นมีความซับซ้อน เมื่อคำนวณการตัดเหล็กโดยอาศัยเพียงความชำนาญของช่างตัดเหล็กจึงทำให้เกิดการสูญเสียมากกว่า สอดคล้องกับการศึกษาการตัดเหล็กรูปพรรณแบบมิติเดียวที่เมื่อมีข้อจำกัดมาก (จำนวนแบบหรือความยาวของเหล็ก) การคำนวณด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงสามารถลดปริมาณการใช้เหล็กรูปพรรณได้มากกว่า (ศรายุทธ, 2553) และการใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงจะให้ผลการแก้ปัญหาตัด

วัสดุได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงถ้าชิ้นงานที่ต้องการตัดมีความหลากหลายมาก (Valério de Carvalho, 2002) การใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงในการคำนวณการตัดเหล็กแบบสองมิติมีข้อดี คือ สามารถอธิบายเป็นรูปแบบหรือวิธีการตัดเหล็กและบอกปริมาณเหล็กแผ่นที่ใช้ทำให้ควบคุมปริมาณวัสดุได้ ในปัจจุบันการประยุกต์ใช้โปรแกรมและวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาการตัดวัสดุแบบสองมิติมีรายงานในอุตสาหกรรมหลายประเภท เช่น กระจก (Dyson & Gregory, 1974) ไม้อัด (Morabito & Garcia, 1998) ม่านบังแสง (Gelder & Wagelmans, 2007) และผ้า (Javanshir et al., 2010) เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย งบประมาณแผ่นดิน คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง ประจำปีงบประมาณ พ.ศ.2554

ผู้วิจัยขอขอบคุณรองศาสตราจารย์วิชัย ฤกษ์ภูริทัต คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร และรองศาสตราจารย์ศรีวรรณ ฤกษ์ภูริทัต คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่กรุณาให้คำแนะนำการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

ศรายุทธ มาลัย. (2553). การประยุกต์ใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงสำหรับการควบคุมการตัดเหล็กรูปพรรณ. *วิศวกรรมสารฉบับวิจัยและพัฒนา*, *21*(3), 25-34.

ออมใจ ฉลาด และอนันต์ มุ่งวัฒนา. (2551). ระบบสนับสนุนการตัดสินใจด้วยการใช้วิธีการทางพันธุกรรมสำหรับการตัดแบ่งแบบ 2 มิติที่ใช้เครื่องตัดแบบกิโยติน. ใน *การประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ครั้งที่ 46 วันที่ 29 มกราคม-1 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2551*. กรุงเทพฯ.

อาภากร ฮีมินกูล และวิชัย รุ่งเรืองอนันต์. (2553). การประยุกต์เทคนิคการสร้างสดมภ์สำหรับปัญหาการตัดแบ่งแบบหนึ่งมิติ กรณีศึกษา โรงงานผลิตลูกกลิ้งลำเลียงและอุปกรณ์ขับสายพาน. *Thai VCML*, *3*(2), 87-94.

Arenales, M.N., & Morabito, R. (1995). An AND/OR-graph approach to the solution of two-dimensional non-guillotine cutting problems. *European Journal of Operational Research*, 84, 599-617.

Dyckhoff, H. (1990). A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44, 145-159.

Dyson, R.G., & Gregory, A.S. (1974). The cutting stock problem in the flat glass industry. *Operational Research Quarterly*, 25, 41-53.

Gelder, E.R., & Wagelmans A.P.M. (2009). The two-dimensional cutting stock problem within the roller blind production process. *Statistica Neerlandica*, *63*(4), 474-489.

Ghandforoush, P., & Daniels, J.J. (1992). A Heuristic algorithm for the guillotine constrained cutting stock problem. *ORSA Journal on Computing*, *4*(3), 351-356.

Gilmore, P.C., & Gomory, R.E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, *9*(6), 849-859.

Gilmore, P.C., & Gomory, R.E. (1963). A linear programming approach to the cutting-stock problem: Part II. *Operations Research*, *11*(6), 863-888.

Gilmore, P.C., & Gomory, R.E. (1965). Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research*, *13*(1), 94-120.

Javanshir, H., Rezaei, S., Najar, S.S., & Ganji S.S. (2010). Two-dimensional cutting stock management in fabric industries and optimizing the large object's length. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, *4*(3), 243-249.

Morabito, R., & Garcia, V. (1998). The cutting stock problem in a hardboard industry: A case study. *Computers and Operations Research*, *25*(6), 469-485.

Ono, T. (1999). Optimizing two-dimensional guillotine cut by genetic algorithms. *Proceeding of the ninth ajou-fit-nust joint seminar.* 12, 40-47.

Valério de Carvalho, J.M. (2002). Lp models for bin packing and cutting stock problem. *European Journal of Operational Research*, *141*(2), 253-273.

Wäscher, G., Hauβner, H., & Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183, 1109-1130.